

الوحدة الثانية
قوانين نيوتن للحركة

٢ - ١ كمية الحركة

الكتلة(ك):

كتلة الجسم هى كمية قياسية موجبة تتناسب طرديا مع وزن الجسم أو بتعريف آخر هى مقدار مايحتوية الجسم من مادة وتخضع الكتلة لخاصية الجمع وهى أن كتلة أى جسم تساوى مجموع الأجزاء المكونه له وتقاس الكتلة بوحدات الجرام والكيلوجرام والطن وكذلك المليجرام.

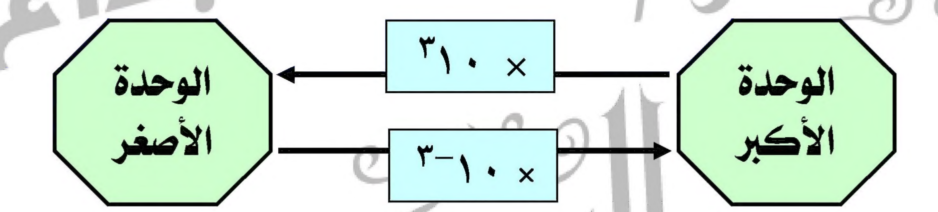
العلاقة بين الوحدات:

الطن = ١٠٠٠ كجم = $١٠^{٣}$ كجم ، الكيلوجرام = $\frac{١}{١٠٠٠}$ طن = $١٠^{-٣}$ طن

كجم = ١٠٠٠ جم = $١٠^{٣}$ جم ، جرام = $\frac{١}{١٠٠٠}$ كجم = $١٠^{-٣}$ كجم

جرام = ١٠٠٠ ملليجرام = $١٠^{٣}$ ملليجرام ، ملليجرام = $\frac{١}{١٠٠٠}$ جرام = $١٠^{-٣}$ جرام

أى أن:



الكتلة المتغيرة:

هناك بعض الأجسام التى قد تتغير كتلة كل منها من لحظة لأخرى فمثلا:

١) عند إطلاق صاروخ فإن كتلة الصاروخ تتناقص من لحظة لأخرى نتيجة لإحتراق الوقود وخروجه.

٢) عند سقوط المطر فإن كتلة قطرات المطر تتزايد نتيجة لتراكم بعض المعلقات الجوية على سطحها

وفى مثل هذه الحالات وغيرها فإن:

الكتلة المكتسبة او المفقودة = معدل الإكتساب أو الفقد × الزمن

مثـــال:

ينطلق صاروخ كتلته ٣ طن وكان ينفث الوقود بمعدل ثابت يساوى ١٠٠ كجم فى الثانية. فإذا كانت كتلة الصاروخ الفارغ من الوقود هى ١ طن ، أوجد متى يفرغ الصاروخ من الوقود.

الحـــل:

∵ كتلة الصاروخ بالوقود = ٣ طن ، كتلة الصاروخ الفارغ = ١ طن

، معدل خروج الوقود = ١٠٠ كجم/ث ∴ كتلة الوقود = ٣ – ١ = ٢ طن = ٢٠٠٠ كجم

∴ الزمن اللازم حتى يفرغ الوقود = ٢٠٠٠ ÷ ١٠٠ = ٢٠ ثانية

مثـــال:

تتحرك كرة كتلتها ١ كجم فى هواء محمل بالغبار وكان معدل تراكم الغبار على سطحها يساوى ٢٠ جم لكل دقيقة . بعد كم من الوقت تصبح كتلة الكرة المحملة بالغبار ١,٥ كجم؟

الحـــل:

∵ كتلة الكرة والغبار = ١,٥ كجم ، كتلة الكرة = ١ كجم

، معدل تراكم الغبار = ٢٠ جم/دقيقة ∴ كتلة الغبار = ١,٥ – ١ = ٠,٥ كجم = ٥٠٠ جم

∴ الزمن اللازم حتى تصبح كتلة الكرة ١,٥ كجم = ٥٠٠ ÷ ٢٠ = ٢٥ دقيقة

كمية الحركة:

كمية حركة جسم متحرك هى كمية متجهة لها نفس إتجاه سرعة هذا الجسم ومقدارها عند لحظة يقدر بحاصل ضرب كتلة هذا الجسم فى سرعته عند هذه اللحظة ويرمز لمتجه كمية الحركة بالرمز $\overleftarrow{\text{م}}$:

$$\overleftarrow{\text{م}} = \text{ك}\ \overleftarrow{\text{ع}}$$

وفى حالة الحركة فى خط مستقيم فإن كلا من $\overleftarrow{\text{م}}$ ، $\overleftarrow{\text{ع}}$ يكون موازيا لإتجاه الحركة وبالتالى فإنه يمكن إهمال الإتجاه والإكتفاء بالقياسات الجبرية فتصبح العلاقة السابقة على الصورة

$$\text{م} = \text{ك}\ \text{ع}$$

وحدات قياس كمية الحركة :

وحدة قياس كمية الحركة = وحدة قياس الكتلة × وحدة قياس مقدار السرعة

أي: جم.سم / ث أو كجم.م / ث أو كجم.كم / س

وفى النظام الدولى للوحدات تقاس كمية الحركة بوحدة كجم.م / ث

ملاحظة:

عند ثبوت الكتلة يتناسب م مع ع وتكون العلاقة بينهما علاقة خطية لذلك تسمى كمية الحركة فى هذه الحالة بكمية الحركة الخطية.

مثـــال:

❶ احسب كمية حركة قطار كتلته ٤٠ طنا يتحرك فى إتجاه الشمال بسرعة ثابته قدرها ٧٢ كم/س.

❷ احسب كمية حركة سيارة كتلتها ٨٠٠ كجم تتحرك فى إتجاه الجنوب الغربى بسرعة ثابته قدرها ١٢٦ كم/س.

الحـــل:

❶ ك = ٤٠ طن = ٤٠ × ١٠٠٠ كجم ، ع = ٧٢ كم/س = ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٠ م/ث

∴ مـ = ك ع = ٤ × ١٠^{٤} × ٢٠ = ٨ × ١٠^{٥} كجم م/ث

∴ كمية حركة القطار = ٨ × ١٠^{٥} كجم م/ث فى إتجاه الشمال.

❷ ك = ٨٠٠ كجم ، ع = ١٢٦ كم/س = ١٢٦ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٣٥ م/ث

∴ مـ = ك ع = ٨٠٠ × ٣٥ = ٢٨٠٠٠ كجم م/ث

∴ كمية حركة السيارة = ٢٨٠٠٠ كجم م/ث فى إتجاه الجنوب الغربى.

مثـــال:

سيارة كتلتها ١٢٠٠كجم تتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت ف = ن^{٣} − ٢ ن^{٢} حيث ف مقاسة بالمتر اوجد كمية حركة السيارة بعد ٤ ث من بداية الحركة.

الحـــل:

∵ ف = ن^{٣} − ٢ ن^{٢} ∴ ع = $\frac{دف}{دن}$ = ٣ن^{٢} − ٤ن

عند ن = ٤ ∴ ع = ٣ × ٤^{٢} − ٤ × ٤ = ٣٢ م/ث

∴ مـ = ك ع = ١٢٠٠ × ٣٢ = ٣٨٤٠٠ كجم م/ث

∴ كمية حركة السيارة = ٣٨٤٠٠ كجم م/ث فى إتجاه بداية الحركة.

التغير فى كية الحركة:

إذا كان $\overrightarrow{ع_١}$ ، $\overrightarrow{ع_٢}$ هما متجهى سرعة جسم عند لحظتين زمنيتين متتاليتين ن$_١$ ، ن$_٢$ فإن التغير فى كمية حركة الجسم يتحدد بالعلاقة:

$\Delta \overrightarrow{مـ} = ك \times \Delta \overrightarrow{ع}$ حيث ك كتلة الجسم ، Δع التغير فى سرعته

∴ التغير فى كمية حركة الجسم $\Delta \overrightarrow{مـ} = ك(\overrightarrow{ع_٢} - \overrightarrow{ع_١})$

وإذا كانت $\overleftarrow{\text{جـ}}$ (ن) هى عجلة الجسم المتحرك فإن:

$$\Delta \overleftarrow{\text{مـ}} = \text{ك} \int_{\text{ن}_1}^{\text{ن}_2} \overleftarrow{\text{جـ}} \, \text{ء ن}$$

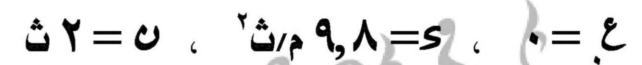
مثـــال:

حجر كتلته ٨٠٠ جم يسقط من السكون لمدة ثانيتين ثم يصطدم بسطح بركة، ويغوص فى الماء بسرعة منتظمة فيقطع ١٢ مترا فى ٣ ثوان، أوجد التغير فى كمية حركة الحجر نتيجة لتصادمه بسطح الماء.

الحـــل:

نفرض $\overleftarrow{\text{ى}}$ متجه وحدة فى إتجاه الحركة رأسيا لأسفل

دراسة حركة الحجر أثناء السقوط:



$\text{ع}_0 = ٠$ ، $\text{د} = ٩,٨$ م/ث^2 ، $\text{ن} = ٢$ ث

$\because \text{ع} = \text{ع}_0 + \text{د ن}$ $\quad \therefore \text{ع}_1 = ٠ + ٩,٨ \times ٢ = ١٩,٦$ م/ث

دراسة حركة الحجر داخل الماء:

$\because$ السرعة منتظمة ، $\because \text{ع} = \frac{\text{ف}}{\text{ن}}$ $\quad \therefore \text{ع}_2 = \frac{١٢}{٣} = ٤$ م/ث

$\therefore \overleftarrow{\text{ع}_1} = ١٩,٦ \, \overleftarrow{\text{ى}}$ ، $\overleftarrow{\text{ع}_2} = ٤ \, \overleftarrow{\text{ى}}$

$\because \Delta \overleftarrow{\text{مـ}} = \text{ك} (\overleftarrow{\text{ع}_2} - \overleftarrow{\text{ع}_1})$ $\quad \therefore \Delta \overleftarrow{\text{مـ}} = \frac{٨٠٠}{١٠٠٠} (٤ - ١٩,٦) \overleftarrow{\text{ى}} = -١٢,٤٨ \, \overleftarrow{\text{ى}}$

مثـــال:

سيارة كتلتها ١,٥ طن تتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت جـ(ن) تعطى بالعلاقة $\text{جـ} = ٢ \text{ان} - \text{ن}^2$

حيث جـ مقيسة بوحدة م/ث^2، الزمن ن مقيس بالثانية أوجد:

(أ) التغير فى كمية حركة السيارة خلال الثوانى الست الأولى.

(ب) التغير فى كمية حركة السيارة خلال الفترة الزمنية [٢، ٤].

الحـــل:

$\because \text{جـ} = ٢ \text{ان} - \text{ن}^2$ ، $\because \Delta \text{مـ} = \text{ك} \int_{\text{ن}_1}^{\text{ن}_2} \text{جـ} \, \text{ء ن}$

(أ) $\therefore \Delta م = 1,5 \int_{0}^{6} (12ن - ن^{2})\, دن = 1,5 \times \left[6ن^{2} - \frac{1}{3}ن^{3} \right]_{0}^{6}$

$= 1,5 \times (6 \times 6^{2} - \frac{1}{3} \times 6^{3}) = 216$ طن م/ث

(ب) $\therefore \Delta م = 1,5 \int_{2}^{14} (12ن - ن^{2})\, دن = 1,5 \times \left[6ن^{2} - \frac{1}{3}ن^{3} \right]_{2}^{14}$

$= 1,5 \times \left[(6 \times 14^{2} - \frac{1}{3} \times 14^{3}) - (6 \times 2^{2} - \frac{1}{3} \times 2^{3}) \right] = 360$ طن م/ث

مثـــال:

جسم من المطاط كتلته ١٠٠جم يتحرك أفقيا بسرعة ١٢٠ سم/ث عندما اصطدم بحائط راسى وارتد فى إتجاه عمودى على الحائط بعد أن فقد ثلثى مقدار سرعته احسب التغير فى كمية حركة الجسم نتيجة للتصادم.

الحــــل:

مقدار السرعة المفقودة $= 120 \times \frac{2}{3} = 80$ سم/ث

$\therefore$ مقدار سرعة الإرتداد $ع_{2} = 120 - 80 = 40$ سم/ث

نعتبر $\overleftarrow{ى}$ وحدة متجهات فى إتجاه سرعة الإرتداد



$\therefore \overleftarrow{ع_{1}} = -120\,\overleftarrow{ى}$ ، $\therefore \overleftarrow{ع_{2}} = 40\,\overleftarrow{ى}$

$\therefore$ التغير فى كمية الحركة $\Delta م = ك(\overleftarrow{ع_{2}} - \overleftarrow{ع_{1}})$

$= 100(40\,\overleftarrow{ى} + 120\,\overleftarrow{ى}) = 16000\,\overleftarrow{ى}$

مقدار التغير فى كمية الحركة $= 16000$ جم . سم / ث

مثـــال:

جسم متحرك فى خط مستقيم كتلته عند أى زمن ن بالثانية تساوى $\frac{1}{5}(ن + 5)$ كجم وكانت إزاحته عند أى زمن ن تعطى بالصورة $\overleftarrow{ف} = \frac{1}{2}(ن^{2} - 4ن + 3)\,\overleftarrow{ى}$ حيث $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى إتجاه حركة الجسم ، ومعيار $\overleftarrow{ف}$ يعطى بالمتر أوجد:

(أ) كمية حركة الجسم عند أى لحظة زمنية ن.

(ب) التغير فى كمية حركة الجسم خلال الفترة الزمنية [٢، ٥] .

الحـــل:

(أ) كمية حركة الجسم عند أى لحظة زمنية ن.

$\because \overrightarrow{ف} = \frac{1}{2}(ن^2 - 4ن + 3)\overrightarrow{ى}$ $\therefore \overrightarrow{ع} = \frac{ء \overrightarrow{ف}}{ء ن} = \frac{1}{2}(2ن - 4)\overrightarrow{ى}$

$\therefore \overrightarrow{ع} = (ن - 2)\overrightarrow{ى}$ ، $\because ك = \frac{1}{5}(ن + 5)$ كجم

$\therefore \overrightarrow{م} = ك\overrightarrow{ع} = \frac{1}{5}(ن + 5)(ن - 2)\overrightarrow{ى}$ $\boxed{\overrightarrow{م} = \frac{1}{5}(ن^2 + 3ن - 10)\overrightarrow{ى}}$

(ب) التغير فى كمية حركة الجسم خلال الفترة الزمنية $[2 ، 5] = \Delta م = م(5) - م(2)$

$\therefore \Delta م = \frac{1}{5}(5^2 + 3 \times 5 - 10) - \frac{1}{5}(2^2 + 3 \times 2 - 10) = 6$ كجم م/ث

مثـــال:

تركت كرة من المطاط كتلتها ١٠٠ جم لتسقط من إرتفاع ٤٠ سم على أرض أفقية فإذا علم أن الكرة ترتد بعد كل صدمة الى ربع الأرتفاع الذى تسقط منه.احسب مقدار التغير فى كمية حركتها نتيجة الصدمة الثانية مقدرا بوحدات جم . سم/ث.

الحـــل:

الكرة بعد الصدمة الأولى ترتد الى إرتفاع $= 40 \times \frac{1}{4} = 10$ سم ثم تسقط للصدمة الثانية

عند الصدمة الثانية تسقط الكرة من إرتفاع ١٠ سم وترتد إلى إرتفاع $= 10 \times \frac{1}{4} = 2{,}5$ سم

حساب سرعة الإصطدام $ع_1$ (سقوط من إرتفاع ١٠ سم)

$ع_. = 0$ ، ف $= 10$ سم ، ء $= 980$ سم / ث^2

$\because ع^2 = ع_.^2 + 2ءف$

$\therefore ع_1^2 = 0 + 2 \times 980 \times 10 \Leftarrow \therefore ع_1 = 140$ سم / ث

حساب سرعة الأرتداد $ع_2$ (ارتداد الى إرتفاع ٢,٥ سم)

$ع_. = ع_2$ ، $ع = 0$ (لأن الكرة سكنت لحظيا) ، ف $= 2{,}5$ سم ، ء $= -980$ سم / ث^2

$\because ع^2 = ع_.^2 + 2ءف$

$\therefore 0 = ع_2^2 - 2 \times 980 \times 2{,}5 \Leftarrow \therefore ع_2 = 70$ سم / ث

نعتبر $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى إتجاه سرعة الإرتداد

$\therefore$ $\overline{ع}_١ = -١٤٠\ \overline{ى}$ ، $\therefore$ $\overline{ع}_٢ = ٧٠\ \overline{ى}$

$\therefore$ التغير فى كمية الحركة Δ م = ك $(\overline{ع}_٢ - \overline{ع}_١)$

$= ١٠٠ \times (٧٠\ \overline{ى} + ١٤٠\ \overline{ى}) = ٢١٠٠٠\ \overline{ى}$

$\therefore$ مقدار التغير فى كمية الحركة = ٢١٠٠٠ جم . سم / ث

مثـــال:

يتحرك جسم كتلته ٤ كجم فى مستو وكان متجه موضعه $\overline{ر}$ كدالة فى الزمن يتحدد بالعلاقة:

$\overline{ر} = (٣ن + ٤)\overline{س} + (٨ن - ن^٢)\overline{ص}$ م حيث $\overline{س}$، $\overline{ص}$ متجهى وحدة فى اتجاه محورى السينات والصادات . أوجد متجه كمية حركة الجسيم ومقداره عند ن = ٢ ث

الحــل:

$\because$ $\overline{ر} = (٣ن + ٤)\overline{س} + (٨ن - ن^٢)\overline{ص}$

$\therefore$ $\overline{ع} = \frac{د\overline{ر}}{دن} = ٣\overline{س} + (٨ - ٢ن)\overline{ص}$ وعندما ن = ٢ ث

$\therefore$ $\overline{ع} = ٣\overline{س} + ٤\overline{ص}$ $\therefore$ $||\overline{ع}|| = \sqrt{٣^٢ + ٤^٢} = ٥$ م/ث

$\therefore$ $\overline{م} = ك\ \overline{ع} = ٤(٣\overline{س} + ٤\overline{ص})$ $\therefore$ $\overline{م} = ١٢\overline{س} + ١٦\overline{ص}$

$\therefore$ مقدار كمية الحركة = ٤ × ٥ = ٢٠ كجم . م/ث

أو مقدار كمية الحركة = $||\overline{م}|| = \sqrt{١٢^٢ + ١٦^٢} = ٢٠$ كجم . م/ث

مثـــال:

أطلق مدفع مضاد للدبابات قذيفة كتلتها ٤ كجم بسرعة ٧٢٠ كم / ساعة فى إتجاه دبابة تتحرك بسرعة ٥٤ كم / ساعة ، أوجد مقدار كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة عندما:

أولا: الدبابة متحركة فى إتجاه المدفع ثانيا: الدبابة متحركة أمام المدفع

الحــل:

نفرض أن سرعة القذيفة = $ع_م = ٧٢٠ \times \frac{٥}{١٨} = ٢٠٠$ متر / ث

وأن سرعة الدبابة = $ع_ب = ٥٤ \times \frac{٥}{١٨} = ١٥$ متر / ث

∴ سرعة القذيفة بالنسبة للدبابة = $ع_{مب}$

أولا: الدبابة متحركة فى إتجاه المدفع (اتجاهين متضادين)

∴ سرعة القذيفة بالنسبة للدبابة = $ع_{مب}$ = $ع_م - ع_ب$ = ٢٠٠ − (−١٥) = ٢١٥ متر / ث

∴ كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة = ك $ع_{مب}$ = ٤ × ٢١٥ = ٨٦٠ كجم . متر / ث

ثانيا: الدبابة متحركة أمام المدفع (نفس الإتجاه)

∴ سرعة القذيفة بالنسبة للدبابة = $ع_{مب}$ = $ع_م - ع_ب$ = ٢٠٠ − ١٥ = ١٨٥ متر / ث

∴ كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة = ك $ع_{مب}$ = ٤ × ١٨٥ = ٧٤٠ كجم . متر / ث

مثال:

تتحرك سيارة على طريق بسرعة ٦٠ كم / س ، هبت عاصفة رملية فى الإتجاه المضاد لحركة السيارة بسرعة ٤٠ كم / س ، فإذا علمت ان متوسط كتلة حبة الرمل ١٢ ملليجرام فأوجد كمية حركة حفنة من الرمل بها ٥٠٠ حبة بالنسبة للسيارة بوحدات جم.متر / ث.

الحل:

نعتبر $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى إتجاه حركة السيارة

ى ←
السيارة ← ٦٠ كم / س
حبة الرمل → ٤٠ كم / س

∴ سرعة السيارة $\overleftarrow{ع_م}$ = ٦٠ $\overleftarrow{ى}$

سرعة حفنة الرمل $\overleftarrow{ع_ب}$ = −٤٠ $\overleftarrow{ى}$

∴ سرعة حفنة الرمل بالنسبة للسيارة $\overleftarrow{ع_{بم}}$ = $\overleftarrow{ع_ب}$ − $\overleftarrow{ع_م}$ = −٤٠ $\overleftarrow{ى}$ − ٦٠ $\overleftarrow{ى}$ = −١٠٠ $\overleftarrow{ى}$

∵ كتلة حفنة الرمل = ٥٠٠ × ٠,٠١٢ = ٦ جم

∴ كمية حركة الرمل بالنسبة للسيارة = ك $\overleftarrow{ع_{بم}}$ = ٦(−١٠٠ $\overleftarrow{ى}$) = −٦٠٠ $\overleftarrow{ى}$

∴ كمية حركة الرمل بالنسبة للسيارة = ٦٠٠ جم . كم / س

$= ٦٠٠ \times \frac{٥}{١٨} = \frac{٥٠٠}{٣}$ جم . متر / ث

٢ - ٢ القانون الأول لنيوتن

📖 أنواع القوى:

توجد أنواع عديدة من القوى الموجودة فى الطبيعة ومنها القوى الميكانيكية وقوى الجاذبية والقوى الكهربية والقوى المغناطيسية والقوى النووية وسوف ندرس القوى الميكانيكية وقوى الجاذبية فقط.

📖 القانون الأول لنيوتن:

وصف نيوتن من خلال هذا القانون ما الذى يحدث لجسم عندما تكون محصلة القوى المؤثرة عليه تساوى صفر وينص القانون على:

كل جسم يحتفظ بحالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة فى خط مستقيم مالم تؤثر عليه قوة خارجية تغير من حالته.

أى ان الجسم الساكن يظل ساكنا مالم تؤثر عليه قوة تحاول تحريكه ، والجسم المتحرك حركة منتظمة يظل متحركا بها مالم تؤثر عليه قوة تغير من حركته.

نتائج من القانون الأول:

١) **تعريف القوة:**

هى كل مؤثر يعمل على تغيير حالة الجسم سواء من السكون أو من الحركة

٢) **وجود القوة:**

الحركة فى خط مستقيم ليست دليلا على وجود القوة فقد تكون الحركة منتظمة وإنما حدوث تغير فى السرعة هو الدليل على وجود قوة سببت هذا التغير أى أن العجلة وليدة القوة

ملاحظة:

يقصد بتعبير القوة فى صياغة القانون محصلة جميع القوى المؤثرة على الجسم.

٣) **خاصية القصور الذاتى:**

كل جسم قاصر أو عاجز بذاته على تغيير حالته سواء من السكون أو من الحركة لذلك يسمى القانون الأول بقانون القصور الذاتى

٤) **السكون والحركة المنتظمة:**

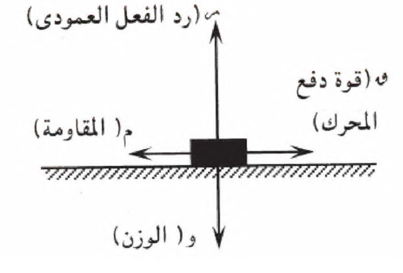
القانون الأول لايفرق بين الجسم الساكن والجسم المتحرك حركة منتظمة من حيث أن محصلة القوى المؤثرة على كليهما تنعدم أى أنه فى حالتى السكون والحركة المنتظمة

ينعدم المجموع الجبرى لمركبات القوى فى إى إتجاهين متعامدين

∵ القوى الأفقية تكون متزنة أى أن المجموع الجبرى لمركبات القوى الأفقية = صفر

، القوى الرأسية تكون متزنة أى أن المجموع الجبرى لمركبات القوى الرأسية = صفر

تطبيقات القانون الأول:



❶ الحركة المنتظمة على مستو أفقى بتأثير قوة أفقية:

∵ الحركة منتظمة ∴ القوى الأفقية متزنة **∴ ق = م**

، ∴ القوى الرأسية متزنة **∴ ر = و**

وأذا كانت القوة مائلة على الأفقى بزاوية ى يتم تحليل القوة الى مركبتين فى إتجاهى الحركة والعمودى عليه

∵ القوى الأفقية متزنة **∴ ق جتا ى = م**



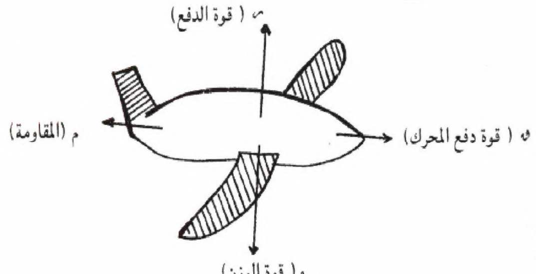
، ∵ القوى الرأسية متزنة **∴ ر + ق جا ى = و**

❷ الحركة الرأسية المنتظمة:

- إذا تحرك جسم وزنه (و) رأسيا لأسفل فى إناء مملوء بسائل فإنه يلاقى مقاومة (م) تتوقف على نوع السائل
وإذا كانت الحركة منتظمة فإن: **و = م**



- ينطبق ذلك أيضا على الحركة المنتظمة لجندى المظلات حيث يكون
و = وزن الجندى والمظله ، م = مقاومة الهواء (أو قوة رفع الهواء)
- فى حالة الحركة المنتظمة للطائرات يكون:



قوة دفع المحرك = المقاومة **∴ ق = م**

، قوة رفع الهواء = الوزن **∴ ر = م**

ملاحظات هامة:

١) مقاومة المستوى تكون موازية للمستوى و عكس إتجاه الحركة دائما.
٢) قوة المحرك تكون فى نفس إتجاه الحركة دائما.
٣) الحركة المنتظمة هى حركة بسرعة ثابتة فى المقدار والإتجاه.
٤) إذا كان الجسم يتحرك بأقصى سرعة فذلك يعنى أنها سرعة منتظمة.
٥) إذا تحرك الجسم تحت تأثير مقاومة (م) تتناسب طرديا مع السرعة (ع) فإن:

$م = ك ع$ حيث ك ثابت التناسب ، $\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1}{ع_2}$

٦) إذا تحرك الجسم تحت تأثير مقاومة (م) تتناسب طرديا مع مربع السرعة (ع) فإن:

$م = ك ع^2$ حيث ك ثابت التناسب ، $\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$

مثـــال:

تهبط كرة معدنية صغيرة وزنها ١٥٠ ث.جم رأسيا فى سائل ، وجد أنها تقطع مسافات متساوية فى فترات زمنية متساوية .فما هو مقدار مقاومة السائل لحركة الكرة؟

الحـــل:

∵ الكرة تهبط رأسيا لأسفل فى السائل ∴ الكرة تتحرك فى إتجاه ثابت

∵ الكرة تقطع مسافات متساوية فى فترات زمنية متساوية ∴الكرة تتحرك بسرعة ثابتة

∵ الكرة تتحرك فى إتجاه ثابت و بسرعة ثابتة ∴الكرة تتحرك حركة منتظمة

∴و = م حيث م مقاومة السائل ∴ م = ١٥٠ ث.جم

مثـــال:

تتحرك سيارة كتلتها ٤ طن على طريق أفقى تحت تأثير مقاومة تتناسب طرديا مع مقدار سرعتها،فإذا كانت المقاومة ٨ ث.كجم لكل طن من كتلة السيارة عندما كانت السرعة ٧٢ كم/س أوجد أقصى سرعة لها علما بأن أقصى قوة يولدها المحرك هى ٦٠ ث.كجم.

الحـــل:

∵ المقاومة تتناسب مع السرعة ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١}{ع_٢}$

∵ المقاومة = ٨ ث.كجم لكل طن ∴ المقاومة الكلية = ٨ × ٤ = ٣٢ ث.كجم

∴ $م_١$ = ٣٢ ث.كجم عندما $ع_١$ = ٧٢ كم/س

∵ أقصى سرعة هى السرعة المنتظمة وعندها يكون ق = م

∴ $م_٢$ = ٦٠ ث.كجم واقصى سرعة $ع_٢$ كم/س بالتعويض

∴ $\frac{٣٢}{٦٠} = \frac{٧٢}{ع_٢}$ ∴ $ع_٢ = \frac{٧٢ × ٦٠}{٣٢}$ = ١٣٥ كم/س

مثـــال:

قطار كتلته ٢٤٠ طن تجره قاطرة بقوة ثابتة ١٢ ث.طن.فإذا كانت المقاومة لحركة هذا القطار تتناسب مع مربع سرعته وكانت المقاومة ٨ ث.كجم لكل طن من الكتله المتحركة عندما كانت سرعة القطار ٤٥ كم / س أحسب أقصى سرعة للقطار.

الحـــل:

∵ المقاومة تتناسب مع مربع السرعة ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$

∵المقاومة = ٨ ث.كجم لكل طن ∴ المقاومة الكلية = ٨ × ٢٤٠ = ١٩٢٠ ث.كجم

$\therefore$ $م_1 = ١٩٢٠$ ث.كجم عندما $ع_1 = ٤٥$ كم/س

$\because$ عند اقصى سرعة تكون قوة القاطرة تساوى المقاومة

$\therefore$ $م_2 = ١٢٠٠٠$ ث.كجم وأقصى سرعة $ع_2$ كم/س بالتعويض

$\therefore \frac{١٩٢٠}{١٢٠٠٠} = \frac{(٤٥)^2}{ع_2^2} \Leftarrow \therefore ع_2^2 = \frac{١٢٠٠٠ \times ٢٠٢٥}{١٩٢٠} \Leftarrow \therefore ع_2 = ١١٢,٥$ كم/س

مثــــال:

رجل مربوط الى مظلة نجاه يهبط هو والمظلة رأسيا، فإذا كانت مقاومة الهواء تتناسب طرديا مع مربع سرعته وكانت مقاومة الهواء تساوى $\frac{٤}{٩}$ وزن الجندى ومعداته عندما كانت سرعته ١٢ كم/س فأوجد أقصى سرعة هبوط للجندى.

الحــــل:

$\because$ المقاومة تتناسب مع مربع السرعة $\therefore \frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$

$\because$ مقاومة الهواء $= \frac{٤}{٩}$ وزن الرجل والمظلة عندما تكون السرعة ١٢ كم / س

$\therefore$ $م_1 = \frac{٤}{٩}و$ عندما $ع_1 = ١٢$ كم/س

$\because$ عند اقصى سرعة تكون مقاومة الهواء تساوى وزن الجندى والمظلة

$\therefore$ $م_2 = و$ وأقصى سرعة $ع_2$ كم/س بالتعويض

$\therefore \frac{\frac{٤}{٩}و}{و} = \frac{(١٢)^2}{ع_2^2} \leftarrow \therefore ع_2^2 = \frac{٩}{٤} \times (١٢)^2 \leftarrow \therefore ع_2 = \frac{٣}{٢} \times ١٢ = ١٨$ كم/س

مثــــال:

جسم يتحرك بسرعة منتظمة تحت تأثير مجموعة القوى $\overleftarrow{ق_1}$، $\overleftarrow{ق_2}$، $\overleftarrow{ق_3}$ حيث:

$\overleftarrow{ق_1} = ٢\overleftarrow{س} - ٥\overleftarrow{ص} + ٧\overleftarrow{ع}$ ، $\overleftarrow{ق_2} = -٣\overleftarrow{س} + ب\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_3} = ٢\overleftarrow{س} + ٤\overleftarrow{ص} + جـ\overleftarrow{ع}$

أوجد كلا من ٢ ، ب ، جـ

الحــــل:

$\because$ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة $\therefore$ محصلة القوى المؤثرة عليه تساوى صفر

$\therefore \overleftarrow{ق_1} + \overleftarrow{ق_2} + \overleftarrow{ق_3} = \overleftarrow{٠}$

$\therefore$ أ$\overleftarrow{س} - ٥\overleftarrow{ص} + ٧\overleftarrow{ع} - ٣\overleftarrow{س} +$ ب$\overleftarrow{ص} + ٢\overleftarrow{س} + ٤\overleftarrow{ص} +$ جـ$\overleftarrow{ع} = \overleftarrow{٠}$

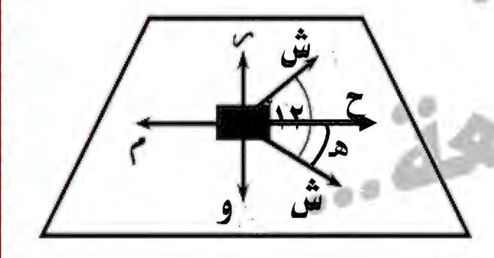
$\therefore$ (أ $-١)\overleftarrow{س} +$ (ب $-١)\overleftarrow{ص} +$ (جـ $+٧)\overleftarrow{ع} = \overleftarrow{٠}$

$\therefore$ أ $= ١$ ، ب $= ١$ ، جـ $= -٧$

مثـــال:

وضع جسم كتلته ١٠ كيلوجرام على مستوى أفقى وربط بحبلين أفقيين قياس الزاوية بينهما ١٢٠° وعندما كانت قوة الشد فى كل من الحبلين ٤٠٠ ث.جم تحرك الجسم على المستوى حركة منتظمة.أوجد مقدار وإتجاه قوة مقاومة المستوى لحركة الجسم.

الحـــل:



الجسم سيتحرك تحت تأثير محصلة قوتى الشد

$\because$ قوتى الشد متساويتان $\therefore$ ح $= ٢$ق جتا $\frac{ى}{٢}$ ، هـ $= \frac{ى}{٢}$

$\therefore$ ح $= ٢ \times ٤٠٠ \times$ جتا $\frac{١٢٠}{٢} = ٨٠٠ \times \frac{١}{٢} = ٤٠٠$ ث.جم

$\because$ الحركة منتظمة $\therefore$ محصلة القوى = المقاومة

$\therefore$ م $= ٤٠٠$ ث.جم وعكس أتجاه ح أى أنها تميل على كلا الحبلين بزاوية ١٢٠°

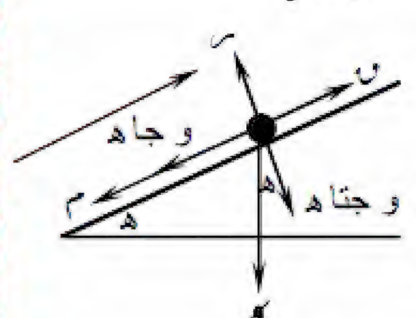
مثـــال:

قاطرة كتلتها ٣٠ طن وقوة الآتها ٥١ ث.طن تجر عددا من العربات كتلة كل منها ١٠ طن وتصعد منحدرا يميل على الأفقى بزاوية ٣٠° بسرعة منتظمة فإذا كانت المقاومة لحركة القاطرة والعربات ١٠ ث.كجم لكل طن من الكتلة المتحركة فما هو عدد العربات.

الحـــل:

نفرض أن كتلة القاطرة والعربات = ك طن $\therefore$ وزن القاطرة والعربات = ك ث.طن

$\therefore$ المقاومة الكلية للقاطرة والعربات = ١٠ ك ث.كجم



$\because$ القطار يتحرك بسرعة منتظمة $\Leftarrow$ $\therefore$ ق = م + و جا ٣٠

$\therefore ٥١ \times ١٠٠٠ = ١٠$ك $+ ١٠٠٠$ك $\times \frac{١}{٢}$

$\therefore ٥١٠٠٠ = ٥١٠$ك $\Leftarrow$ $\therefore$ ك $= ١٠٠$ طن

$\therefore$ كتلة العربات $= ١٠٠ - ٣٠ = ٧٠$ $\therefore$ عدد العربات $= \frac{٧٠}{١٠} = ٧$ عربات

مثـــال:

قطار كتلته ٣٠٠ طن يصعد منحدرا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٢٤٠}$ فى إتجاه خط أكبر ميل فإذا كانت أقصى سرعة للقطار ١٠٨ كم /س وقوة الآت الجر تساوى ٣٥٠٠ ث.كجم وإذا كان مقدار المقاومة يتناسب مع مربع مقدار السرعة فأوجد المقاومة التى يلاقيها القطار عندما يتحرك بسرعة ٧٢ كم/س.

الحـــل:

∵ عند اقصى سرعة تكون قوة القاطرة تساوى المقاومة

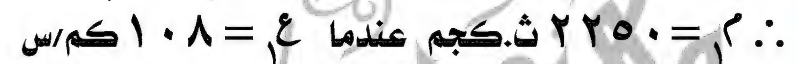
∴ $ق = م + و جا هـ$

∴ $٣٥٠٠ = م + ٣٠٠ \times ١٠٠٠ \times \frac{١}{٢٤٠}$

∴ $٣٥٠٠ = م + ١٢٥٠$

∴ $م = ٣٥٠٠ - ١٢٥٠ = ٢٢٥٠$ ث كجم

∵ المقاومة تتناسب مع مربع السرعة ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$



∴ $م_١ = ٢٢٥٠$ ث.كجم عندما $ع_١ = ١٠٨$ كم/س

عندما $ع_٢ = ٧٢$ كم/س المقاومة التى يلاقيها القطار $= م_٢$ ث.كجم بالتعويض

∴ $\frac{٢٢٥٠}{م_٢} = \frac{١٠٨^٢}{٧٢^٢} \leftarrow$ ∴ $م_٢ = \frac{٢٢٥٠ \times ٧٢^٢}{١٠٨^٢} = ١٠٠٠$ ث.كجم

مثـــال:

يتحرك جسم كتلته ك تحت تأثير القوتين: $\overleftarrow{ق_١} = ٣ ك \overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ق_٢} = ٤ ك \overleftarrow{ص}$

حيث $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدين ،عين القوة الإضافية التى لو أثرت على الجسم لجعلته يتحرك حركة منتظمة.

الحـــل:

∵ $\overleftarrow{ق_١} = ٣ ك \overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ق_٢} = ٤ ك \overleftarrow{ص}$ نفرض أن القوة الإضافيه هى $\overleftarrow{ق}$

∵ الجسم يتحرك حركة منتظمة ∴ محصلة القوى المؤثرة عليه = صفر

∴ $\overleftarrow{ق} + \overleftarrow{ق_١} + \overleftarrow{ق_٢} = ٠ \Leftarrow$ ∴ $\overleftarrow{ق} = -\overleftarrow{ق_١} - \overleftarrow{ق_٢} \Leftarrow$ ∴ $\overleftarrow{ق} = -٣ ك \overleftarrow{س} - ٤ ك \overleftarrow{ص}$

٢ - ٣ القانون الثانى لنيوتن

معدل تغير كمية حركة الجسم بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة المحدثة له ويحدث فى إتجاه القوة

الصورة الرياضية للقانون:

إذا كانت كتلة الجسم ك وسرعته $\overleftarrow{ع}$ والقوة المحدثة للتغير فى كمية الحركة $\overleftarrow{ق}$ وتبعا للقانون الثانى

معدل تغير كمية حركة الجسم بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة المحدثة لهذا التغير

$\therefore \frac{د}{دن}(ك\ \overleftarrow{ع}) \propto \overleftarrow{ق} \Leftarrow \therefore \frac{د}{دن}(ك\ \overleftarrow{ع}) = أ\ \overleftarrow{ق}$ حيث أ ثابت التناسب

وعندما تكون ك ثابته $\therefore ك \frac{د\overleftarrow{ع}}{دن} = أ\ \overleftarrow{ق}$ وحيث أن $\frac{د\overleftarrow{ع}}{دن} = \overleftarrow{جـ}$

$\therefore ك\ \overleftarrow{جـ} = أ\ \overleftarrow{ق}$ وبأخذ القياس الجبرى $\therefore ك\ جـ = أ\ ق$

وبتعريف وحدة القوة على أنها القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته وحدة الكتل لأكسبته وحدة العجلات (أى أن ك = ١ ، جـ = ١ $\Leftarrow$ ق = ١ $\therefore$ أ = ١)

$$\therefore ك\ \overleftarrow{جـ} = \overleftarrow{ق}$$

وتسمى هذه المعادلة بمعادلة الحركة لجسم ثابت الكتلة

وباستخدام القياسات الجبرية للقوة والعجلة تكون معادلة الحركة هى:

$$ك\ جـ = ق$$

حيث ك كتلة الجسم المتحرك ، جـ عجلة الحركة ، ق محصلة القوى المؤثرة على الجسم أى أن:

$$ك\ جـ = \sum ق$$

وإذا كانت كتلة الجسم متغيرة فإن معادلة الحركة تكون على الصورة:

$$\overleftarrow{ق} = \frac{د}{دن}(ك\ \overleftarrow{ع})$$ وبالقياسات الجبرية $$\sum ق = \frac{د}{دن}(ك ع)$$

حيث كل من ك ، ع دوال قابلة للإشتقاق فى ن

معادلة الحركة باستخدام التفاضل:

∵ معادلة الحركة لجسم ثابت الكتلة هى: $ق = ك\, جـ$

١) إذا كانت ق دالة فى الزمن نضع $جـ = \frac{دع}{دن}$ وبالتالى فإن $ق = ك \frac{دع}{دن}$

وبتكامل الطرفين نجد أن:

$$\int_{ن_1}^{ن_2} ق\, دن = ك \int_{ع_.}^{ع_2} دع$$

٢) إذا كانت ق دالة فى الإزاحة نضع $جـ = ع \frac{دع}{دف}$ وبالتالى فإن $ق = ك ع \frac{دع}{دف}$

وبتكامل الطرفين نجد أن:

$$\int_{ف_1}^{ف_2} ق\, دف = ك \int_{ع_1}^{ع_2} ع\, دع$$

وحدات قياس القوة:

أولا: الوحدات المطلقة: (النيوتن ، الداين)

النيوتن: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته كيلوجرام واحد لأكسبته عجلة ١ متر / ث^2

الداين: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته جرام واحد لأكسبته عجلة ١ سم / ث^2

النيوتن = ١ كجم . م / ث^2	الداين = ١ جم . سم / ث^2	النيوتن = ١٠^5 داين

ثانيا: الوحدات التثاقلية: (ث كجم ، ث جم)

ث.كجم: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته كيلوجرام واحد لأكسبته عجلة ٩,٨ متر / ث^2

ث.جم: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته جرام واحد لأكسبته عجلة ٩٨٠ سم / ث^2

ث.كجم = ٩,٨ نيوتن	ث.جم = ٩٨٠ داين	ث.كجم = ١٠٠٠ ث.جم

ويجب مراعاة الدقة عند إستخدام هذه الوحدات وعند التحويل من وحدات قياس إلى وحدات أخرى

العلاقة بين الكتلة والوزن:

∵ وزن الجسم (و) هو قوة جذب الأرض للجسم ، عجلة الجاذبية الأرضية هى (ء)

∴ وزن الجسم = كتلته × عجلة الجاذبية الأرضية أى أن $و = ك\, ء$

فمثلا: جسم كتلته ١٥ كجم يكون وزنه = ١٥ × ٩,٨ = ١٤٧ نيوتن (وحدات مطلقة)

ويكون وزنه = $\frac{١٥ \times ٩,٨}{٩,٨}$ = ١٥ ث.كجم (وحدات تثاقليه)

أى أن: وزن الجسم (و) بالوحدات التثاقلية = كتلة الجسم عدديا

ملاحظات هامة جدا:

1. عند إستخدام معادلة الحركة $ق = ك\,ج$ تكون $ق$ هى محصلة القوى المؤثرة على الجسم
2. $ق$ ، $ج$ فى نفس الإتجاه أى يكون لهما نفس الإشارة لذلك تسمى $ق$ القوة المسببة للعجلة
3. يتم صياغة معادلة الحركة لفظيا كمايلى:

القوى فى إتجاه الحركة – القوى عكس إتجاه الحركة = الكتلة المتحركة × العجلة

وبهذه الصيغة اللفظية يمكن إستنتاج معادلة الحركة لأى جسم بسهولة وبدون أخطاء
مع ملاحظة أنه بعد كتابة معادلة الحركة يجب استخدام الوحدات المطلقة كماهو موضح بالشكل:

ق	=	ك	×	ج
داين		جم		سم / ث^2
نيوتن		كجم		م / ث^2

مثـــال:

فصلت العربة الأخيرة من قطار سكة حديد وكتلتها ٢٤,٥ طنا ، عندما كانت سرعتها ٥٤ كم/س ، فتحركت بتقصير منتظم وتوقفت بعد ١٢٥ مترا، أوجد مقدار المقاومة التى أثرت على العربة المنفصلة.

الحـــل:

إتجاه الحركة
م ، ك ، ف ، $ع_.$ ، ع = ٠

$ك = ٢٤,٥$ طن $= ٢٤,٥ \times ١٠^٣$ كجم

، $ع_. = ٥٤$ كم/س $= ٥٤ \times \frac{٥}{١٨} = ١٥$ م/ث

، ف = ١٢٥ م ، ع = ٠

$\because ع^٢ = ع_.^٢ + ٢جف$

$\therefore ٠ = (١٥)^٢ + ٢ج \times ١٢٥ \leftarrow \therefore ج = \frac{-(١٥)^٢}{٢٥٠} = -٠,٩$ م/ث^٢

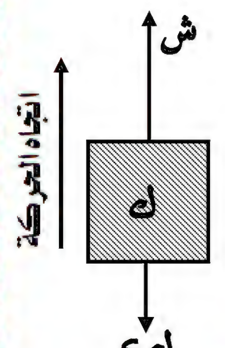
معادلة حركة العربة هى:

$-م = ك\,ج \leftarrow \therefore -م = ٢٤,٥ \times ١٠^٣ \times (-٠,٩)$

$\therefore م = ٢٢٠٥٠$ نيوتن $\leftarrow \therefore م = \frac{٢٢٠٥٠}{٩,٨} = ٢٢٥٠$ ث كجم

مثـــال:

صندوق كتلته ١٠٠ كجم ، يرفع رأسيا لأعلى بحبل بعجلة منتظمة قدرها ٢٥ سم/ث^{٢}. أوجد الشد فى الحبل مع إهمال المقاومة.



الحـــل:

ك = ١٠٠ كجم ، جـ = ٢٥ سم/ث^{٢} = ٢٥ × ١٠$^{-٢}$ م/ث^{٢}

معادلة حركة الصندوق هى:

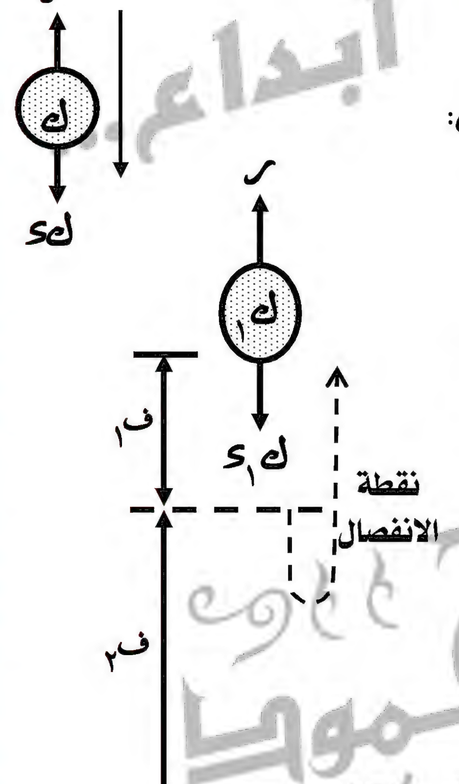
ش − ك ء = ك جـ ⇐ ∴ ش − ١٠٠ × ٩,٨ = ١٠٠ × ٢٥ × ١٠$^{-٢}$

∴ ش − ٩٨٠ = ٢٥ ⇐ ∴ ش = ٩٨٠ + ٢٥ = ١٠٠٥ نيوتن

مثـــال:

منطاد كتلته ١٠٥ كجم ، يتحرك راسيا لأسفل بعجلة منتظمة مقدارها ٩٨ سم/ث^{٢}. أوجد مقدار قوة رفع الهواء المؤثرة على المنطاد بثقل الكيلوجرام ،وإذا سقط من المنطاد جسم كتلته ٣٥ كجم عندما كانت سرعة المنطاد ٤٩٠ سم/ث ، أوجد المسافة بين المنطاد والجسم المنفصل عنه بعد $\frac{٢٠}{٧}$ ث من لحظة الإنفصال.

الحـــل:



دراسة حركة المنطاد:

∵ المنطاد يتحرك بعجلة منتظمة ∴ معادلة حركة المنطاد هى:

ك ء − ر = ك جـ ∴ ر = ك ء − ك جـ

∴ ر = ١٠٥ × (٩,٨ − ٠,٩٨) = ٩٢٦,١ نيوتن

∴ قوة رفع الهواء ر = $\frac{٩٢٦,١}{٩,٨}$ = ٩٤,٥ ث.كجم

دراسة حركة المنطاد بعد سقوط الجسم:

كتلة المنطاد ك$_{١}$ = ١٠٥ − ٣٥ = ٧٠ كجم

معادلة الحركة هى: ك$_{١}$ ء − ر = ك$_{١}$ جـ$_{١}$

∴ (٧٠ − ٩٤,٥) × ٩,٨ = ٧٠ جـ

∴ جـ$_{١}$ = $\frac{-٢٤,٥ \times ٩,٨}{٧٠}$ = −٣,٤٣ م/ث^{٢}

المنطاد يتحرك لأسفل بعجلة تقصيرية إلى أن يسكن لحظيا ثم يغير إتجاه حركته رأسيا لأعلى

∴ ع. = ٤,٩ م/ث ، جـ = −٣,٤٣ م/ث^{٢} ، ن = $\frac{٢٠}{٧}$ ث

$\therefore$ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن^2

$\therefore$ ف = ٤,٩ × $\frac{٢٠}{٧}$ − $\frac{1}{2}$ × ٣,٤٣ × $(\frac{٢٠}{٧})^2$ = ١٤ − ١٤ = ٠

أى أن المنطاد بعد $\frac{٢٠}{٧}$ ث من لحظة الإنفصال يكون قد عاد إلى نقطة الإنفصال مرة أخرى

دراسة حركة الجسم الساقط:

الجسم يهبط رأسيا لأسفل بسرعة ابتدائية ٤,٩ م/ث وتحت تأثير عجلة الجاذبية

نفرض أن المسافة التى يقطعها الجسم من نقطة الانفصال الى اسفل ف$_2$

$\therefore$ ع. = ٤٩٠ سم/ث = ٤,٩ م/ث ، ء = ٩,٨ م/ث^2 ، ن = $\frac{٢٠}{٧}$ ث

$\therefore$ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن^2

$\therefore$ ف$_2$ = ٤,٩ × $\frac{٢٠}{٧}$ + $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ × $(\frac{٢٠}{٧})^2$ = ١٤ + ٤٠ = ٥٤ م

$\therefore$ المسافة التى يقطعها الجسم من نقطة الانفصال الى اسفل = ف$_2$ = ٥٤ متر

$\therefore$ المسافة بين البالون والجسم = ٠ + ٥٤ = ٥٤ متر #

مثـــال:

يتحرك جسم كتلته ٣ كجم بتأثير ثلاث قوى مستوية هى: $\overleftarrow{ق}_1$ = أ $\overleftarrow{س}$ + $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_2$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ − $\overleftarrow{ص}$

، $\overleftarrow{ق}_3$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + ب $\overleftarrow{ص}$ حيث $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدين ، فإذا كان متجه إزاحته يعطى

كدالة فى الزمن من العلاقة $\overleftarrow{ف}$ = (ن^2 + ١) $\overleftarrow{س}$ + (٢ن^2 + ٣) $\overleftarrow{ص}$ عين قيمة كل من أ ، ب.

الحـــل:

$\because$ $\overleftarrow{ق}$ = $\overleftarrow{ق}_1$ + $\overleftarrow{ق}_2$ + $\overleftarrow{ق}_3$ = أ $\overleftarrow{س}$ + $\overleftarrow{ص}$ + ٢ $\overleftarrow{س}$ − $\overleftarrow{ص}$ + ٣ $\overleftarrow{س}$ + ب $\overleftarrow{ص}$

$\therefore$ $\overleftarrow{ق}$ = (أ + ٥) $\overleftarrow{س}$ + ب $\overleftarrow{ص}$

$\because$ $\overleftarrow{ف}$ = (ن^2 + ١) $\overleftarrow{س}$ + (٢ن^2 + ٣) $\overleftarrow{ص}$ ، $\because$ $\overleftarrow{ع}$ = $\frac{ء \overleftarrow{ف}}{ءن}$

$\therefore$ $\overleftarrow{ع}$ = (٢ن) $\overleftarrow{س}$ + (٤ن) $\overleftarrow{ص}$ ، $\because$ $\overleftarrow{جـ}$ = $\frac{ء \overleftarrow{ع}}{ءن}$ $\therefore$ $\overleftarrow{جـ}$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$

$\because \overrightarrow{ق} = ك \overrightarrow{جـ}$ ، $ك = ٣$ $\therefore (أ + ٥)\overrightarrow{س} + ب \overrightarrow{ص} = ٣ \times (٢ \overrightarrow{س} + ٤ \overrightarrow{ص})$

$\therefore (أ + ٥)\overrightarrow{س} + ب \overrightarrow{ص} = ٦ \overrightarrow{س} + ١٢ \overrightarrow{ص}$

$\therefore أ + ٥ = ٦ \Leftarrow \therefore أ = ١$ ، $\therefore ب = ١٢$

مثـــال:

أثرت قوة $ق$ على جسم كتلته ٣ كجم يتحرك فى خط مستقيم مبتدئا بسرعة قدرها ٢م/ث ، وكانت $ق = \frac{٣}{٢ع + ١}$ حيث ع سرعة الجسم بعد زمن ن ، متى تكون سرعة الجسم ٦م/ث؟

الحــل:

$\because ق = ك جـ$ ، $جـ = \frac{ءع}{ءن}$ $\therefore \frac{٣}{٢ع + ١} = ٣ \times \frac{ءع}{ءن}$ $\therefore \frac{١}{٢ع + ١} = \frac{ءع}{ءن}$

$\therefore \int_{٠}^{ن} ءن = \int_{ع_٠}^{ع} (٢ع + ١) ءع$ $\therefore \int_{٠}^{ن} ءن = \int_{٢}^{٦} (٢ع + ١) ءع$

$\therefore ن = \left[ع^٢ + ع \right]_{٢}^{٦} = (٦^٢ + ٦) - (٢^٢ + ٢) = ٤٢ - ٦ = ٣٦ ث$

مثـــال:

قوة $ق$ تؤثر على جسم ساكن كتلته $\frac{١}{٢}$ كجم مبتدئا حركته من نقطة (و) على خط مستقيم وكانت $\overrightarrow{ق} = (٤ن - ١)\overrightarrow{س} + ٤ \overrightarrow{ص}$ حيث ن الزمن مقيسا بالثانية ، $ق$ بالنيوتن ، أوجد عندما ن = ٢ ثانية سرعة الجسم ، وبعده عن نقطة (و)

الحــل:

$\because ك \overrightarrow{جـ} = \overrightarrow{ق}$ ، $\because \overrightarrow{جـ} = \frac{ء\overrightarrow{ع}}{ءن}$ $\therefore ك \frac{ء\overrightarrow{ع}}{ءن} = \overrightarrow{ق}$

$\therefore ك \int_{ع_٠}^{ع_٢} ءع = \int_{ن_١}^{ن_٢} ق ءن$ ، $\because ك = \frac{١}{٢}$

$\therefore \frac{١}{٢} \int_{٠}^{ع} ء\overrightarrow{ع} = \int_{٠}^{ن} ((٤ن - ١)\overrightarrow{س} + ٤ \overrightarrow{ص}) ءن$

$\therefore \frac{١}{٢} \overrightarrow{ع} = (٢ن^٢ - ن)\overrightarrow{س} + ٤ن \overrightarrow{ص}$

$\therefore \overleftarrow{ع} = (٤ن^٢ - ٢ن)\overleftarrow{س} + ٨ن \overleftarrow{ص}$

عندما $ن = ٢$ $\therefore \overleftarrow{ع} = (٤\times٢^٢ - ٢\times٢)\overleftarrow{س} + ٨\times٢ \overleftarrow{ص}$

$\therefore \overleftarrow{ع} = ١٢\overleftarrow{س} + ١٦\overleftarrow{ص}$ $\leftarrow$ $\therefore ||\overleftarrow{ع}|| = \sqrt{١٢^٢ + ١٦^٢} = ٢٠$ م/ث

$\because \overleftarrow{ع} = \frac{ء\overleftarrow{ف}}{ءن}$ $\therefore \int_{٠}^{ف} ء\overleftarrow{ف} = \int_{٠}^{ن} \overleftarrow{ع}\, ءن$

$\therefore \int_{٠}^{ف} ء\overleftarrow{ف} = \int_{٠}^{ن} ((٤ن^٢ - ٢ن)\overleftarrow{س} + ٨ن\overleftarrow{ص})\, ءن$

$\therefore \overleftarrow{ف} = (\frac{٤}{٣}ن^٣ - ن^٢)\overleftarrow{س} + ٤ن^٢\overleftarrow{ص}$

عندما $ن = ٢$ $\therefore \overleftarrow{ف} = (\frac{٤}{٣}\times٢^٣ - ٢^٢)\overleftarrow{س} + ٤\times٢^٢\overleftarrow{ص}$

$\therefore \overleftarrow{ف} = \frac{٢٠}{٣}\overleftarrow{س} + ١٦\overleftarrow{ص}$ $\leftarrow$ $\therefore ||\overleftarrow{ف}|| = \sqrt{(\frac{٢٠}{٣})^٢ + ١٦^٢} = \frac{٥٢}{٣} \simeq ١٧,٣$ م

مثـــال:

كرة معدنية كتلتها ١٠٠ جرام تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ١٠ متر / ث وسط غبار يلتصق بسطحها بمعدل ثابت يساوى ٠,٦ جم فى الثانية. أوجد كتلة الكرة والقوة بالداين المؤثرة عليها عند أى لحظة.

الحـــل:

$ك = ١٠٠$ جم ، $ع = ١٠$ م/ث $= ١٠ \times ١٠٠ = ١٠٠٠$ سم/ث

معدل التصاق الغبار بسطح الكرة = ٠,٦ جم/ث

$\therefore$ بعد زمن ن ثانية يكون: كتلة الغبار على سطح الكرة = ٠,٦ ن جم

$\therefore$ كتلة الكرة عند أى لحظة زمنية ن $ك' = ١٠٠ + ٠,٦ ن$ #

$\because$ الكتلة متغيرة $\therefore$ نستخدم الصورة $\frac{ء}{ءن}(ك\overleftarrow{ع}) = \overleftarrow{ق}$ ، $\because$ السرعة ثابتة

$\therefore ق = ع \frac{ءك}{ءن} = ١٠٠٠ \times ٠,٦ = ٦٠٠$ داين #

مثـــال:

يتحرك جسم على هيئة اسطوانة دائرية قائمة إرتفاعها ٥٠ سم ، ونصف قطر قاعدتها ١٠ سم كتلته ١٠ كجم حركة منتظمة بسرعة ٥ متر / ث ، دخل هذا الجسم سحابة تحمل غبارا فأثرت عليه بقوة مقاومة مقدارها ٠,٠١ ث.جم لكل سنتيمتر مربع من مساحته الجانبية.أوجد سرعة الجسم بعد خروجه من السحابة علما بأنه ظل يتحرك داخلها لمدة ٣٠ ثانية .

الحـــل:

إتجاه الحركة
ع. م ع
ن = ٣٠ث

نق = ١٠سم ، ع = ٥٠سم

، المقاومة = ٠,٠١ ث.جم لكل سم^{٢} من المساحة الجانبية

المساحة الجانبية للأسطوانة = ٢ط نق ع

= ٢ط × ١٠ × ٥٠ = ١٠٠٠ط سم^{٢}

∴ م = ٠,٠١ × ١٠٠٠ط = ١٠ × ٣,١٤ = ٣١,٤ ث. جم

من قانون نيوتن الثانى نجد أن معادلة الحركة هى:

∴ −م = ك جـ ⇐ ∴ −٣١,٤ × ٩٨٠ = ١٠ × ١٠٠٠ جـ

∴ جـ = $\frac{-٣١,٤ \times ٩٨٠}{١٠ \times ١٠٠٠}$ = −٣,٠٧٧٢ سم/ث^{٢}

، ∵ ع. = ٥ م/ث = ٥٠٠ سم/ث ، ن = ٣٠ ث ، جـ = −٣,٠٧٧٢ سم/ث^{٢}

∵ ع = ع. + جـ ن ⇐ ∴ ع = ٥٠٠ − ٣,٠٧٧٢ × ٣٠ = ٤٠٧,٦٨ سم/ث ≃ ٤,٠٨ م/ث

مثـــال:

أطلقت رصاصة كتلتها ٢٥ جم بسرعة ٢٠٠ متر / ث على حاجز ثابت فغاصت فيه مسافة ٥ سم حتى سكنت.عين مقدار قوة مقاومة الحاجز لحركة الرصاصة علما بأنه ظل ثابتا طوال الوقت

الحـــل:

إتجاه الحركة
ع. م ع = ٠
٥ سم

ك = ٢٥ جم = ٢٥ × ١٠$^{-٣}$ = ٢٥ × ١٠$^{-٣}$ كجم

ف = ٥ سم = ٥ × ١٠$^{-٢}$ متر

، ع. = ٢٠٠ م/ث ، ع = ٠ (لأن الرصاصة سكنت)

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢جـ ف

∴ ٠ = (٢٠٠)^{٢} + ٢جـ × ٥ × ١٠$^{-٢}$ ← ∴ جـ = $\frac{-٤ \times ١٠^{٤}}{٠,١}$ = −٤ × ١٠^{٥} م/ث^{٢}

من قانون نيوتن الثانى نجد أن معادلة الحركة هى:

∴ −م = ك جـ ⇐ ∴ −م = ٢٥ × ١٠$^{-٣}$ × (−٤ × ١٠^{٥}) ⇐ ∴ م = ١٠^{٤} نيوتن

مثـــال:

سقط جسم كتلته ٢ كجم من إرتفاع ١٠ أمتار نحو أرض رمليه فغاص فيها مسافة ٥ سم إحسب بثقل الكيلوجرام مقاومة الرمل بفرض ثبوتها.

الحــل:

دراسة حركة الجسم قبل الإصطدام بالأرض:

، ع. = ٠ (لأن الجسم سقط) ، د = ٩,٨ م/ث^{٢} ، ف$_{١}$ = ١٠ متر

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ د ف

∴ ع^{٢} = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ١٠ ∴ ع = $\sqrt{١٩٦}$ = ١٤ م/ث

دراسة الحركة داخل الأرض:

ك = ٢ كجم ، ف$_{٢}$ = ٥ سم = ٥ × ١٠$^{-٢}$ متر

، ع. = ١٤ م/ث ، ع = ٠ (لأن الجسم سكن)

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف

∴ ٠ = ١٤^{٢} + ٢ جـ × ٥ × ١٠$^{-٢}$ ∴ جـ = $\frac{-١٩٦}{٠,١}$ = −١٩٦٠ م/ث^{٢}

من قانون نيوتن الثانى نجد أن معادلة الحركة هى:

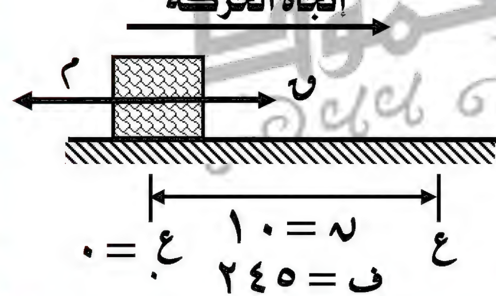
ك د − م = ك جـ ⟸ ∴ (٢ − م) × ٩,٨ = ٢ × (−١٩٦٠)

∴ ٢ − م = $\frac{٢ \times (-١٩٦٠)}{٩,٨}$ = −٤٠٠ ⟸ ∴ م = ٤٠٠ + ٢ = ٤٠٢ ث.كجم

مثـــال:

أثرت قوة أفقية $\overleftarrow{ق}$ فى جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مستوى أفقى فحركته من السكون ٢٤٥ سم فى ١٠ ثوان ضد مقاومة ثابته تعادل $\frac{١}{١٠}$ وزن الجسم أوجد مقدار ق .وإذا إنقطع تأثير القوة فى نهاية هذه المدة وبقيت المقاومة بدون تغيير.أوجد متى يصل الجسم لحالة السكون.

الحــل:



دراسة حركة الجسم:

ك = ٢ كجم = ٢٠٠٠ جم ، القوة = ق ث.جم

، م = $\frac{١}{١٠}$ و = $\frac{١}{١٠}$ × ٢ = ٠,٢ ث.كجم

= ٠,٢ × ١٠٠٠ = ٢٠٠ ث.جم

، ع. = ٠ (لأن الجسم بدأ من سكون)

، ف = ٢٤٥ سم ، ن = ١٠ ث ، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ج ن^{٢}

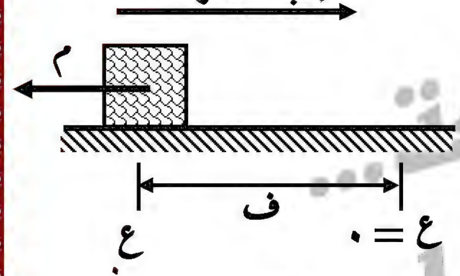
∴ ٢٤٥ = ٠ + $\frac{١}{٢}$ ج × ١٠^{٢} ⇐ ∴ ج = $\frac{٢ \times ٢٤٥}{١٠٠}$ = ٤,٩ سم/ث^{٢}

∵ ع = ع. + ج ن ⇐ ∴ ع = ٠ + ٤,٩ × ١٠ = ٤٩ سم/ث

من قانون نيوتن الثانى نجد أن معادلة الحركة هى:

∴ ق − م = ك ج ⇐ ∴ (ق − ٢٠٠) × ٩٨٠ = ٢٠٠٠ × ٤,٩

∴ ق − ٢٠٠ = $\frac{٢٠٠٠ \times ٤,٩}{٩٨٠}$ = ١٠ ⇐ ∴ ق = ٢٠٠ + ١٠ = ٢١٠ ث.جم



دراسة حركة الجسم بعد إنقطاع تأثير القوة:

ع. = ٤٩ سم/ث ، ع = ٠ ، م = ٢٠٠ ث.جم

من قانون نيوتن الثانى نجد أن معادلة الحركة هى:

∴ −م = ك ج ⇐ ∴ −٢٠٠ × ٩٨٠ = ٢٠٠٠ ج

∴ ج = $\frac{-٢٠٠ \times ٩٨٠}{٢٠٠٠}$ = −٩٨ م/ث^{٢}

∵ ع = ع. + ج ن

∴ ٠ = ٤٩ + (−٩٨) × ن ⇐ ∴ ن = $\frac{٤٩}{٩٨}$ = $\frac{١}{٢}$ ث

مثـــال:

قطار كتلته ٢٤٥ طنا (بما فى ذلك القاطرة) يتحرك بعجلة منتظمة مقدارها ١٥ سم / ث^{٢}، فإذا كانت مقاومة الهواء والإحتكاك تعادل ٤ ثقل كجم لكل طن من كتلة القطار، فأوجد قوة الآت القطار. وإذا انفصلت عن القطار العربة الأخيرة وكتلتها ٤٩ طنا بعد أن تحرك القطار من السكون لمدة ٤,٩ دقيقة، فأوجد العجلة التى يتحرك بها القطار وكذا الزمن الذى تأخذه العربة المنفصلة حتى تقف.

الحـــل:

دراسة حركة القطار:

إتجاه الحركة
م ك ق
ع. = ٠ ف = ٢٩٤ ع
ج = ٠,١٥

ك = ٢٤٥ طن = ٢٤٥ × ١٠^{٣} كجم

، القوة = ق ث.كجم ، ن = ٤,٩ × ٦٠ = ٢٩٤ ث

، ج = ١٥ سم/ث^{٢} = ٠,١٥ م/ث^{٢}

، المقاومة = ٤ ث.كجم لكل طن

م = ٤ × ٢٤٥ = ٩٨٠ ث.كجم

معادلة الحركة للقطار هى:

$ق - م = ك جـ \Leftarrow \therefore (ق - ٩٨٠) \times ٩,٨ = ٢٤٥ \times ١٠^٣ \times ٠,١٥$

$\therefore ق - ٩٨٠ = \frac{٢٤٥ \times ١٥٠}{٩,٨} = ٣٧٥٠ \quad \therefore ق = ٣٧٥٠ + ٩٨٠ = ٤٧٣٠$ ث.كجم

حساب سرعة القطار قبل إنفصال العربة:

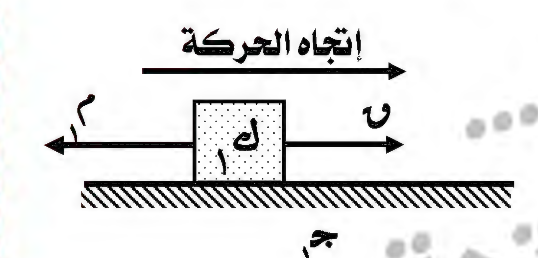
$\because ع = ع_. + جـ ن \Leftarrow \therefore ع = ٠ + ٠,١٥ \times ٢٩٤ = ٤٤,١$ م/ث

دراسة حركة القطار بعد إنفصال العربة:

كتلة القطار $ك_١ = ٢٤٥ - ٤٩ = ١٩٦$ طن $= ١٩٦ \times ١٠^٣$ كجم

، المقاومة = ٤ ث.كجم لكل طن

$\therefore م_١ = ٤ \times ١٩٦ = ٧٨٤$ ث.كجم



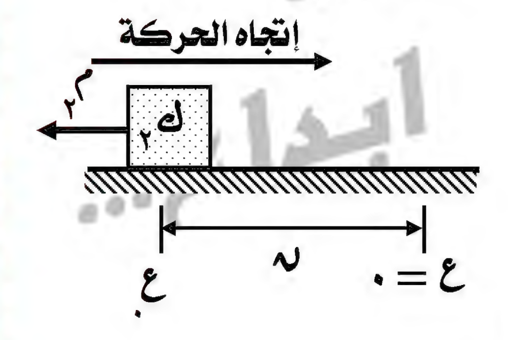
من قانون نيوتن الثانى نجد أن معادلة الحركة هى:

$\therefore ق - م_١ = ك_١ جـ_١$

$\therefore (٤٧٣٠ - ٧٨٤) \times ٩,٨ = ١٩٦ \times ١٠^٣ \times جـ_١$

$\therefore جـ_١ = \frac{٣٩٤٦ \times ٩,٨}{١٩٦ \times ١٠^٣} = ٠,١٩٧٣$ م/ث^٢ #

دراسة حركة العربة المنفصلة:



كتلة العربة $ك_٢ = ٤٩$ طن $= ٤٩ \times ١٠^٣$ كجم

، المقاومة = ٤ ث.كجم لكل طن

$\therefore م_٢ = ٤ \times ٤٩ = ١٩٦$ ث.كجم

معادلة الحركة للعربة المنفصلة هى:

$\therefore -م_٢ = ك_٢ جـ_٢ \Leftarrow \therefore -١٩٦ \times ٩,٨ = ٤٩ \times ١٠^٣ جـ_٢$

$\therefore جـ_٢ = \frac{-١٩٦ \times ٩,٨}{٤٩٠٠٠} = -٠,٠٣٩٢$ م/ث^٢ ، $ع_. = ٤٤,١$ م/ث ، $ع = ٠$

، $\because ع = ع_. + جـ ن \Leftarrow \therefore ٠ = ٤٤,١ + (-٠,٠٣٩٢) \times ن$

$\therefore ن = \frac{٤٤,١}{٠,٠٣٩٢} = ١١٢٥$ ث $= \frac{١١٢٥}{٦٠} = ١٨,٧٥$ دقيقة #

مثـــال:

بالون كتلته ١٠٥٠كجم يتحرك بسرعة منتظمة رأسيا إلى أعلى سقط منه جسم كتلته ٧٠ كجم.أوجد العجلة التى يصعد بها البالون بعد ذلك.وإذا كانت سرعة البالون قبل سقوط الجسم ٥٠ سم / ث . أوجد:

أولا :المسافة التى يقطعها البالون بعد ذلك فى ١٠ ثوان.

ثانيا : المسافة بين البالون والجسم بعد هذه المدة.

الحل:

قبل سقوط الجسم

∵ البالون يتحرك بسرعة منتظمة

∴ قوة رفع الهواء = الوزن ∴ $ر = ك ء$ ∴ $ر = ١٠٥٠$ ث.كجم

بعد سقوط الجسم

كتلة البالون $ك_١ = ١٠٥٠ - ٧٠ = ٩٨٠$ كجم

معادلة الحركة هى: $ر - ك_١ ء = ك_١ جـ$

∴ $(١٠٥٠ - ٩٨٠) \times ٩,٨ = ٩٨٠ جـ$ ∴ $جـ = \frac{٧٠ \times ٩,٨}{٩٨٠} = ٠,٧$ م/ث^٢

∴ $ع_٠ = ٥٠$ سم/ث $= ٠,٥$ م/ث ، $جـ = ٠,٧$ م/ث^٢ ، $ن = ١٠$ ث

∵ $ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} جـ ن^٢$ ∴ $ف = ٠,٥ \times ١٠ + \frac{١}{٢} \times ٠,٧ \times ١٠٠ = ٤٠$ م

∴ المسافة التى يقطعها البالون خلال ١٠ ث من نقطة الانفصال الى اعلى = ٤٠ م

بالنسبة للجسم الساقط

الجسم يصعد لأعلى بسرعة ابتدائية ٠,٥ م/ث
الى أن يصل الى اقصى ارتفاع ثم يهبط رأسيا لآسفل
مارا بنقطة الإنفصال مرة أخرى
نفرض أن المسافة التى يقطعها الجسم من نقطة الانفصال الى اسفل $ف_٢$

∴ $ع_٠ = ٥٠$ سم/ث $= ٠,٥$ م/ث ، $ء = -٩,٨$ م/ث^٢ ، $ن = ١٠$ ث

∵ $ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} جـ ن^٢$ ∴ $-ف_٢ = ٠,٥ \times ١٠ - \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times ١٠٠ = -٤٨٥$

∴ المسافة التى يقطعها الجسم من نقطة الانفصال الى اسفل $= ف_٢ = ٤٨٥$ متر

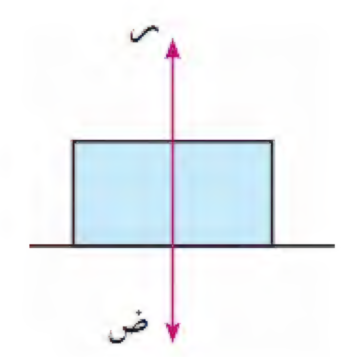
∴ المسافة بين البالون والجسم $= ٤٠ + ٤٨٥ = ٥٢٥$ متر #

ر
ك
ك ء
ر
ك١
ك١ ء
ف١
نقطة الانفصال
ف٢
ك٢
ك٢ ء

٢ - ٤ القانون الثالث لنيوتن

لكل فعل رد فعل مساو له فى المقدار ومضاد له فى الإتجاه

📖 الضغط ورد الفعل:



إذا وضع جسم كتلته ك على مستوى أفقى ساكن
فإن الجسم يؤثر على المستوى بقوة ضغط تساوى وزن الجسم
وينشأ عن ذلك قوة رد فعل للمستوى تؤثر على الجسم
والقوتان متضادتان فى الإتجاه ولكنهما متساويتان فى المقدار
كما ينص على ذلك القانون الثالث لنيوتن أى أن ض = ر

لاحظ أن الفعل ورد الفعل كل منهما يؤثر فى جسم مختلف عن الآخر
ففى المثال السابق نجد أن الضغط يؤثر على المستوى بينما رد الفعل يؤثر على الجسم

📖 حركة المصاعد:

تعتبر حركة المصاعد من أشهر تطبيقات الفعل ورد الفعل لأنه إذا وقف شخص كتلته (ك) داخل مصعد كتلته (ك′) فإن هناك مجموعة من القوى المختلفة المؤثرة على كل من الشخص والمصعد



القوى المؤثرة على الشخص داخل المصعد:

يؤثر على الشخص داخل المصعد قوتان وهما:



١) وزن الشخص = ك ء ويؤثر رأسيا لأسفل مهما كان إتجاه حركة المصعد
٢) رد فعل المصعد على الشخص = ر ويؤثر رأسيا لأعلى مهما كان إتجاه حركة المصعد

والعلاقة بين هذه القوى المؤثرة تتحدد تبعا لحركة المصعد وتكون لدينا الحالات الآتية:

- إذا كان المصعد ساكن أو متحرك بسرعة منتظمة لأعلى او لأسفل

  ر = ك ء

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها جـ لأعلى : من معادلة حركة الشخص نجد أن:

  ر − ك ء = ك جـ ← ∴ ر = ك ء + ك جـ ← **∴ ر = ك (ء + جـ)**

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها جـ لأسفل: من معادلة حركة الشخص نجد أن:

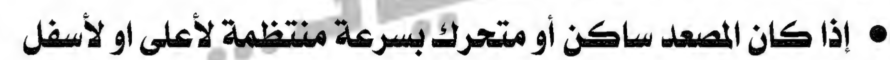
  ك ء − ر = ك جـ ← ∴ ر = ك ء − ك جـ ← **∴ ر = ك (ء − جـ)**

القوى المؤثرة على المصعد فقط والشخص بداخله:

يؤثر على المصعد فقط والشخص داخل المصعد ثلاث قوى وهى:

١) وزن المصعد $= \text{ك}'\text{ء}$ ويؤثر رأسيا لأسفل مهما كان إتجاه حركة المصعد
٢) ضغط الشخص على أرضية المصعد $= \text{ض}$ ويؤثر رأسيا لأسفل مهما كان إتجاه حركة المصعد
٣) الشد فى الحبل الذى يحمل المصعد $= \text{ش}$ ويؤثر رأسيا لأعلى مهما كان إتجاه حركة المصعد

ويكون لدينا الحالات الآتية:



- إذا كان المصعد ساكن أو متحرك بسرعة منتظمة لأعلى او لأسفل

$$\text{ش} = \text{ك}'\text{ء} + \text{ض}$$

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها جـ لأعلى:

$$\text{ش} - \text{ك}'\text{ء} - \text{ض} = \text{ك}'\text{جـ}$$

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها جـ لأسفل:

$$\text{ك}'\text{ء} + \text{ض} - \text{ش} = \text{ك}'\text{جـ}$$

ش
ض
ك′ ء

ملاحظة:

ضغط الرجل على أرضية المصعد يساوى ويضاد رد فعل المصعد على الرجل

القوى المؤثرة على المصعد والشخص معا:

يؤثر على المصعد والشخص معا قوتان وهما:

١) وزن المصعد والشخص $= (\text{ك} + \text{ك}')\text{ء}$ ويؤثر رأسيا لأسفل مهما كان إتجاه حركة المصعد
٢) الشد فى الحبل الذى يحمل المصعد $= \text{ش}$ ويؤثر رأسيا لأعلى مهما كان إتجاه حركة المصعد

ويكون لدينا الحالات الآتية:



- إذا كان المصعد ساكن أو متحرك بسرعة منتظمة لأعلى او لأسفل

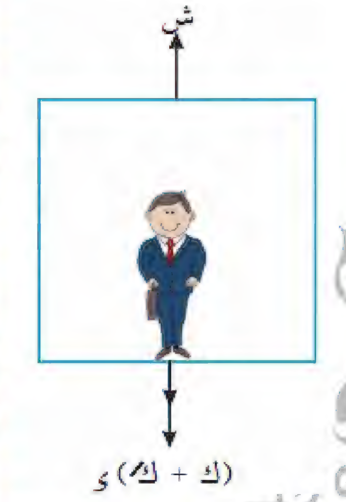
$$\text{ش} = (\text{ك} + \text{ك}')\text{ء}$$

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها جـ لأعلى:

$$\text{ش} - (\text{ك} + \text{ك}')\text{ء} = (\text{ك} + \text{ك}')\text{جـ}$$

- إذا كان المصعد متحرك بعجلة قدرها جـ لأسفل:

$$(\text{ك} + \text{ك}')\text{ء} - \text{ش} = (\text{ك} + \text{ك}')\text{جـ}$$



ميزان الزنبرك:

إذا علق جسم كتلته (ك) فى ميزان زنبركى مثبت بسقف المصعد فإن قراءة الميزان تعبر عن الشد الحادث فى سلك الميزان ويتم استخدام العلاقات السابقة مع وضع ش بدلا من ر

ميزان الضغط:

إذا وضع جسم كتلته (ك) على ميزان ضغط مثبت بأرضية المصعد فإن قراءة الميزان تعبر عن ضغط الجسم على أرضية المصعد

وبمقارنة قراءة ميزان الضغط أو ميزان الزنبرك مع الوزن الحقيقى يتم تحديد إتجاه حركة المصعد كمايلى:

- إذا كانت قراءة الميزان > الوزن الحقيقى أى أن ش > ك د أو ر > ك د
  فإن المصعد يكون صاعدا لأعلى بعجلة تزايدية أو هابطا لأسفل بعجلة تقصيرية
- إذا كانت قراءة الميزان < الوزن الحقيقى أى أن ش < ك د أو ر < ك د
  فإن المصعد يكون هابطا لأسفل بعجلة تزايدية أو صاعدا لأعلى بعجلة تقصيرية
- إذا كانت قراءة الميزان = الوزن الحقيقى أى أن ش = ك د أو ر = ك د
  فإن المصعد يكون ساكن أو متحركا بسرعة منتظمة لأعلى أو لأسفل

ملاحظة:

١) قراءة كل من ميزان الضغط (ر) و ميزان الزنبرك (ش) تسمى الوزن الظاهرى

٢) أذا تحرك مصعد لأعلى بعجلة منتظمة وتحرك لأسفل بالعجلة نفسها فإن:

قراءة الميزان حال الصعود + قراءة الميزان حال الهبوط = ضعف الوزن الحقيقى

الميزان المعتاد ذى الكفتين:

الميزان المعتاد ذى الكفتين هو الميزان الوحيد الذى يقيس الوزن الحقيقى فى كل الظروف والأجواء

مثال:

شخص كتلته ٦٠ كجم يقف داخل مصعد ، احسب بثقل الكيلوجرام ضغط الرجل على أرضية المصعد فى كل من الحالات الآتية:

١ـ إذا كان المصعد ساكنا.

٢ـ المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم/ث^2.

٣ـ المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم/ث^2.

الحل:

١ـ إذا كان المصعد ساكنا.

$$\therefore ر = ك د \quad \Leftarrow \quad \therefore ر = ٦٠ \times ٩,٨ = ٥٨٨ \text{ نيوتن} = \frac{٥٨٨}{٩,٨} = ٦٠ \text{ ث كجم}$$

٢ـ المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم/ث^2.

∵ ر = ك(ء + جـ)   حيث جـ = ٤٩ سم/ث^2 = ٠,٤٩ م/ث^2

∴ ر = ٦٠ × (٩,٨ + ٠,٤٩) = ٦١٧,٥ نيوتن = $\frac{٦١٧,٥}{٩,٨}$ = ٦٣ ث كجم

٣ـ المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم/ث^2.

∵ ر = ك(ء − جـ)   حيث جـ = ٤٩ سم/ث^2 = ٠,٤٩ م/ث^2

∴ ر = ٦٠ × (٩,٨ − ٠,٤٩) = ٥٥٨,٦ نيوتن = $\frac{٥٥٨,٦}{٩,٨}$ = ٥٧ ث كجم

مثال:

جسم وزنه الحقيقى ٢٤٠ ث جم معلق فى سلك ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد ، ووزنه الظاهرى ٢٧٦ ث جم كما يعينه الميزان الزنبركى،بين أن عجلة الحركة للمصعد لها قيمتان واوجدهما وعين إتجاه الحركة

الحل:

∵ الوزن الظاهرى = ش = ٢٧٦ ث جم ، الوزن الحقيقى = كء = ٢٤٠ ث جم

∴ الوزن الظاهرى > الوزن الحقيقى

∴ المصعد يكون صاعدا لأعلى بعجلة تزايدية أو هابطا لأسفل بعجلة تقصيرية

∴ ش − ك ء = كجـ   ∴ (٢٧٦ − ٢٤٠) × ٩٨٠ = ٢٤٠ جـ

∴ جـ = $\frac{٣٦ × ٩٨٠}{٢٤٠}$ = ١٤٧ سم/ث^2

أو ك ء − ش = كجـ   ∴ (٢٤٠ − ٢٧٦) × ٩٨٠ = ٢٤٠ جـ

∴ جـ = $\frac{-٣٦ × ٩٨٠}{٢٤٠}$ = −١٤٧ سم/ث^2

مثال:

رجل كتلته ٧٠ كجم يقف على أرضية مصعد كهربى كتلته ٤٢٠ كجم فإذا تحرك المصعد رأسيا لأعلى بعجلة مقدارها ٧٠ سم/ث^2

أوجد بثقل الكيلوجرام مقدار كل من الشد فى الحبل الذى يحمل المصعد وضغط الرجل على أرضية المصعد.

الحل:

∵ ك = ٧٠ كجم ، ك' = ٤٢٠ كجم ، جـ = ٧٠ سم/ث^2 = ٠,٧ م/ث^2 رأسيا لأعلى

∵ معادلة حركة المصعد وبداخله الرجل هى:

ش − (ك + ك')ء = (ك + ك') جـ   حيث ك + ك' = ٧٠ + ٤٢٠ = ٤٩٠ كجم

$\therefore$ ش $= ٤٩٠ \times ٩,٨ + ٤٩٠ \times ٠,٧ = ٤٩٠ \times ١٠,٥$ نيوتن $= \frac{٤٩٠ \times ١٠,٥}{٩,٨} = ٥٢٥$ ث كجم

$\because$ معادلة حركة الرجل هى:

$ر - ك د = ك ج$ حيث $ك = ٧٠$ كجم

$\therefore ر = ٧٠ \times ٩,٨ + ٧٠ \times ٠,٧ = ٧٠ \times ١٠,٥$ نيوتن $= \frac{٧٠ \times ١٠,٥}{٩,٨} = ٧٥$ ث كجم

مثـــال:

علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل الميزان القراءة ١٧ ث.كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة مقدارها ١,٥ ج م/ث^٢ وسجل القراءة ١٦ث.كجم عندما كان المصعد هابطا بتقصير منتظم مقداره ج م/ث^٢ . أوجد كتلة الجسم ومقدار ج.

الحـــل:

المصعد صاعد $\therefore$ ش $= ك(د + ج)$

قراءة الميزان = ش = ١٧ ث.كجم عندما كانت العجلة مقدارها ١,٥ ج م/ث^٢

$\therefore ١٧ \times ٩,٨ = ك(٩,٨ + ١,٥ ج)$ (١)

المصعد هابط $\therefore$ ش $= ك(د - ج)$

قراءة الميزان = ش = ١٦ ث.كجم عندما كانت العجلة تقصيرية مقدارها ج م/ث^٢

$\therefore ١٦ \times ٩,٨ = ك(٩,٨ - (-ج))$ (٢)

بقسمة (١) ، (٢)

$\therefore \frac{١٧}{١٦} = \frac{٩,٨ + ١,٥ ج}{٩,٨ + ج} \Leftarrow \therefore ١٥٦,٨ + ٢٤ ج = ١٦٦,٦ + ١٧ ج$

$\therefore ٢٤ ج - ١٧ ج = ١٦٦,٦ - ١٥٦,٨$

$\therefore ٧ ج = ٩,٨ \Leftarrow \therefore ج = \frac{٩,٨}{٧} = ١,٤$ م/ث^٢

بالتعويض فى (٢)

$\therefore ١٦ \times ٩,٨ = ك(٩,٨ + ١,٤) \Leftarrow \therefore ك = \frac{١٦ \times ٩,٨}{١١,٢} = ١٤$ كجم

مثـــال:

علق جسم فى نهاية ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد ثم اخذت قراءة الميزان فى حالتى أن يكون المصعد متحركا لأعلى بعجلة ما ثم لأسفل بنفس مقدار العجلة السابقة فكانت القراءتان كالآتى: ١,٢٢ ث.كجم ، ٠,٧٨ ث.كجم على الترتيب.عين كتلة الجسم وكذلك مقدار عجلة المصعد.

الحـــل:

∵ المصعد يتحرك لأعلى وأسفل بنفس العجلة

∴ مجموع القراءتان أثناء الصعود والهبوط يساوى ضعف الوزن الحقيقى ∴ $ش_1 + ش_2 = ٢ ك د$

∴ $(١,٢٢ + ٠,٧٨) × ٩,٨ = ٢ ك × ٩,٨$ ∴ $٢ ك = ٢$ ∴ $ك = ١$ كجم

∵ معادلة حركة المصعد أثناء الصعود هى $ش - ك د = ك جـ$

∴ $١,٢٢ × ٩,٨ - ١ × ٩,٨ = ١ × جـ$ ∴ $جـ = ٠,٢٢ × ٩,٨ = ٢,١٥٦$ م / ث^2

مثـــال:

جسم كتلته ٩٤,٥ كجم وضع فى صندوق كتلته ٥٢,٥ كجم ، ثم رفع رأسيا لأعلى بواسطة حبل متحرك بعجلة قدرها ١,٤ م/ث^2 ، أوجد مقدار ضغط الجسم على قاعدة الصندوق ، ومقدار الشد فى الحبل الذى يحمل الصندوق،وإذا قطع الحبل فأوجد ضغط الجسم على قاعدة الصندوق عندئذ.

الحـــل:

∵ كتلة الجسم $ك = ٩٤,٥$ كجم ، كتلة الصندوق $ك' = ٥٢,٥$ كجم ، $جـ = ١,٤$ م/ث^2 لأعلى

∴ معادلة حركة الجسم

$ر - ك د = ك جـ$ ∴ $ر = ك (د + جـ)$

∴ $ر = ٩٤,٥ (٩,٨ + ١,٤) = ١٠٥٨,٤$ نيوتن $= \frac{١٠٥٨,٤}{٩,٨} = ١٠٨$ ث كجم

، معادلة حركة الجسم والصندوق معا

$ش - (ك + ك') د = (ك + ك') جـ$ ∴ $ش = (ك + ك')(د + جـ)$

∴ $ش = (٩٤,٥ + ٥٢,٥)(٩,٨ + ١,٤) = ١٦٤٦,٤$ نيوتن $= \frac{١٦٤٦,٤}{٩,٨} = ١٦٨$ ث كجم

إذا قطع الحبل يتحرك الجسم والصندوق لاسفل بعجلة الجاذبية الأرضية

∴ معادلة حركة الجسم

$ك د - ر = ك جـ$ ∴ $ر = ك (د - جـ)$ حيث $جـ = د$ ∴ $ر = ٠$

∴ ضغط الجسم على قاعدة الصندوق عند قطع الحبل = صفر (تعرف هذه الحالة بحالة انعدام الوزن)

---

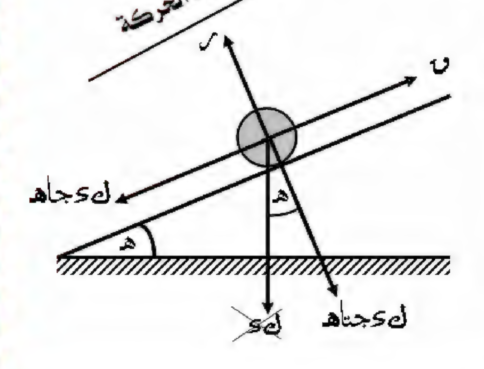
٢ - ٥ حركة جسم على مستوى مائل أملس

إذا تحرك جسم كتلته ك تحت تأثير قوة مقدارها ق على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ فإن القوى المؤثرة على الجسم هى:

١) القوة المعلومة وتؤثر فى أتجاه خط اكبر ميل للمستوى ومقدارها ق
٢) قوة رد الفعل العمودى ومقدارها ر
٣) قوة الوزن ومقدارها ك د ويتم تحليل قوة الوزن الى مركبتين:

- مركبة فى أتجاه خط اكبر ميل للمستوى ولأسفل ومقدارها ك د جا هـ
- مركبة فى الإتجاه العمودى على المستوى ولأسفل ومقدارها ك د جتا هـ

ولتحديد إتجاه حركة الجسم على المستوى المائل نقارن بين ق ، ك د جا هـ بنفس الوحدة ويكون لدينا الحالات الثلاثة الآتية:

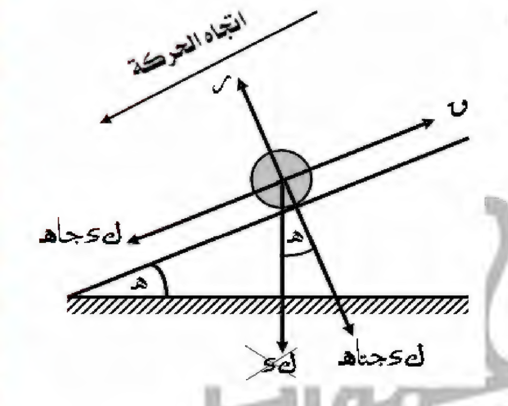


الحالة الأولى: إذا كانت ق > ك د جا هـ:

∴ الجسم يتحرك بعجلة منتظمة جـ لأعلى المستوى
وتكون معادلة حركته هى

$$ق - ك د جا هـ = ك جـ$$

وإذا أوقفت القوة ق بعد مرور زمن ن من بداية الحركة
فإن الجسم يتحرك لأعلى (نفس إتجاه حركته) بعجلة تقصيرية
مقدارها = −د جا هـ إلى أن يسكن لحظيا ثم يعكس إتجاه حركته
ويتحرك لأسفل بعجلة تزايدية مقدارها = د جا هـ



الحالة الثانية: إذا كانت ق < ك د جا هـ:

∴ الجسم يتحرك بعجلة منتظمة جـ لأسفل المستوى
وتكون معادلة حركته هى

$$ك د جا هـ - ق = ك جـ$$

الحالة الثالثة: إذا كانت ق = ك د جا هـ:

∴ الجسم يظل محتفظا بحالة السكون على المستوى
وإذا أكتسب الجسم سرعة منتظمة ع فى إتجاه المستوى لأعلى أو أسفل المستوى فإن الجسم يتحرك على المستوى فى إتجاه $\overleftarrow{ع}$ بسرعة منتظمة طبقا للقانون الأول لنيوتن

ملاحظة:

إذا كانت القوة المعلومة $ق$ أفقية أو مائلة على خط أكبر ميل أو على الأفقى بزاوية $ى$ يتم تحليلها إلى مركبتين إحداهما فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والأخرى فى الإتجاه العمودى على المستوى

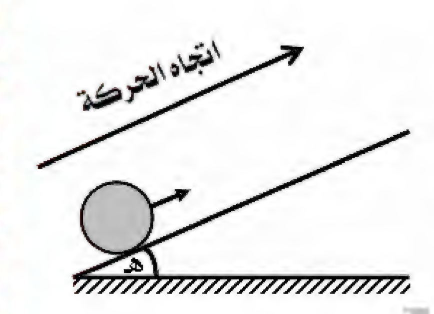
ثم نقارن مركبة القوة فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى مع مركبة الوزن لتحديد إتجاه الحركة

مثال:

قذف جسم إلى أعلى مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠,١ وفى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى وبسرعة مقدارها ٤٩ سم/ث. أوجد الزمن الذى يمضى حتى يعود الجسم الى النقطة التى قذف منها.

الحل:

جاهـ = ٠,١ ، ع = ٤٩ سم/ث



الجسم سوف يتحرك لأعلى تحت تأثير وزنه فقط بعجلة جـ

∴ جـ = − ء جاهـ ⇐ ∴ جـ = − ٩٨٠ × ٠,١ = − ٩٨ سم/ث^2

أى أن الجسم سيتحرك بعجلة تقصيرية مقدارها ٩٨ سم/ث^2

إلى أن يسكن لحظيا ثم يعود

حساب الزمن حتى يسكن لحظيا:

ع. = ٤٩ سم/ث ، جـ = −٩٨ سم/ث^2 ، ع = ٠

∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ٠ = ٤٩ − ٩٨ × ن ∴ ن = $\frac{٤٩}{٩٨}$ = $\frac{١}{٢}$ ث

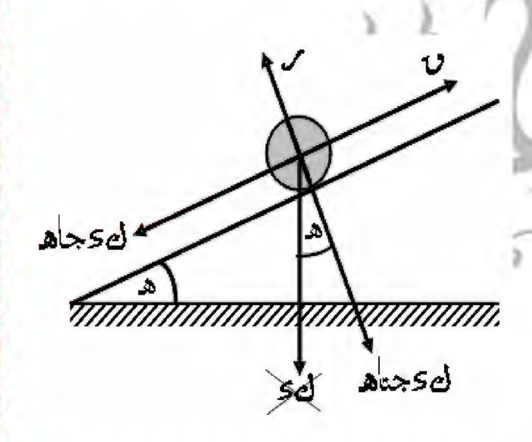
ويستغرق الجسم نفس الزمن اثناء الهبوط ∴ زمن العودة الى نقطة القذف = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ = ١ ث

مثال:

وضع جسم كتلته ١ كجم على مستو أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ثم أثر عليه بقوة مقدارها ١٠ نيوتن تعمل فى خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى. أوجد مقدار قوة رد فعل المستوى على الجسم وعجلته.

الحل:

ك = ١ كجم ، هـ = ٣٠° ، ق = ١٠ نيوتن



∴ ك ء جاهـ = ك ء جا ٣٠° = ١ × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ = ٤,٩

∴ ق > ك ء جاهـ ∴ الجسم يتحرك لأعلى المستوى

∴ معادلة الحركة هى: ق − ك ء جاهـ = ك جـ

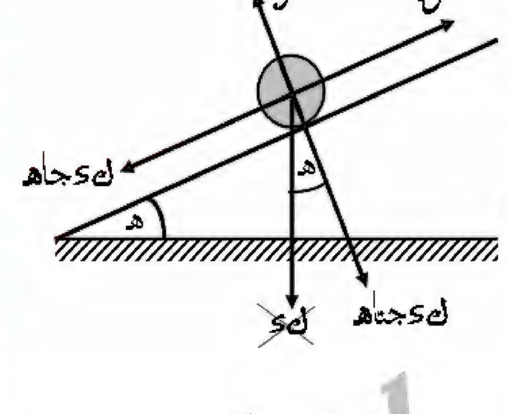
∴ ١٠ − ٤,٩ = ١ × جـ ∴ جـ = ٥,١ م/ث^2

، ∴ ر = ك ء جتاهـ = ك ء جتا ٣٠° ∴ ر = ١ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = ٤,٩ $\sqrt{٣}$ نيوتن

مثـــال:

جسم كتلته ٣٢,٥ كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ حيث جتاهـ = $\frac{١٢}{١٣}$ ، أثرت عليه قوة مقدارها ٨٣,٥ نيوتن فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى ، أوجد مقدار وإتجاه عجلة الحركة ، ثم أوجد سرعة الجسم بعد ٨ ثوانى من بدء الحركة.

الحـــل:



ك = ٣٢,٥ كجم ، ق = ٨٣,٥ نيوتن

∵ جتاهـ = $\frac{١٢}{١٣}$ ∴ جاهـ = $\frac{٥}{١٣}$

∴ ك ء جاهـ = ٣٢,٥ × ٩,٨ × $\frac{٥}{١٣}$ = ١٢٢,٥ نيوتن

∴ ك ء جاهـ > ق ∴ الجسم يتحرك لأسفل المستوى

∴ معادلة الحركة هى: ك ء جاهـ − ق = ك جـ

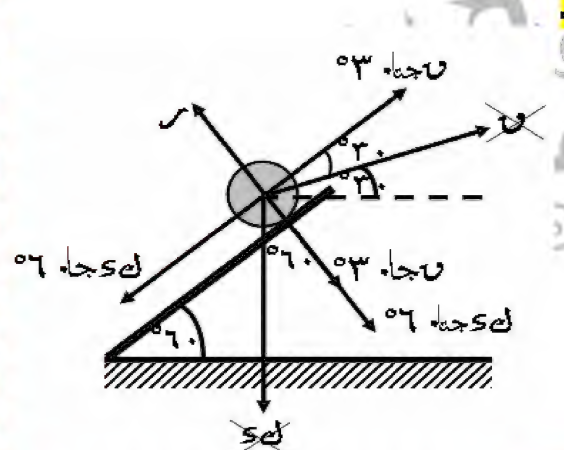
∴ ١٢٢,٥ − ٨٣,٥ = ٣٢,٥ جـ ⟸ ∴ جـ = $\frac{٣٩}{٣٢,٥}$ = ١,٢ م/ث²

∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ع = ٠ + ١,٢ × ٨ = ٩,٦ م/ث

مثـــال:

يتحرك جسم كتلته ٢ كجم على خط أكبر ميل لمستو أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠° تحت تأثير قوة مقدارها ١ ث.كجم موجهه نحو المستوى وتصنع مع الأفقى زاوية قياسها ٣٠° لأعلى.أوجد مقدار قوة رد فعل المستوى على الجسم وكذلك عجلة الحركة.

الحـــل:



ك = ١ كجم ، ق = ١ ث.كجم = ٩,٨ نيوتن

∴ زاوية ميل المستوى على الأفقى = ٦٠°

، زاوية ميل القوة على الأفقى = ٣٠°

∴ زاوية ميل القوة على المستوى = ٣٠°

بتحليل القوة الى مركبتين:

مركبة فى إتجاه المستوى = ق جتا ٣٠°

، مركبة فى الإتجاه العمودى على المستوى = ق جا ٣٠°

∴ ق جتا ٣٠° = $٩,٨ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = ٤,٩\sqrt{٣}$ ، ك ء جا ٦٠° = $٢ \times ٩,٨ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = ٩,٨\sqrt{٣}$

∴ ك ء جا ٦٠° > ق جتا ٣٠° ∴ الجسم يتحرك لأسفل المستوى

∴ معادلة الحركة هى: ك ء جا ٦٠° − ق جتا ٣٠° = ك جـ

∴ $٩,٨\sqrt{٣} - ٤,٩\sqrt{٣} = ٢ \times$ جـ ⇐ ∴ جـ = $\frac{٤,٩\sqrt{٣}}{٢} = ٢,٤٥\sqrt{٣}$ م/ث^{٢}

، ∴ ر = ك ء جتا ٦٠° + ق جا ٣٠°

∴ ر = $٢ \times ٩,٨ \times \frac{١}{٢} + ٩,٨ \times \frac{١}{٢} = ٩,٨ + ٤,٩ = ١٤,٧$ نيوتن = $\frac{١٤,٧}{٩,٨} = ١,٥$ ث.كجم

مثـــال:

يتحرك جسم كتلته ٢٠٠ كجم أعلى مستو أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ تحت تأثير قوة مقدارها $\overleftarrow{ق}$ نيوتن فى إتجاه خط أكبر ميل لأعلى بعجلة مقدارها ٢ م/ث^{٢} وإذا أنقصت هذه القوة إلى النصف يتحرك لأسفل المستوى بعجلة مقدارها ١,٤٥ م/ث^{٢}. أوجد مقدار $\overleftarrow{ق}$.

الحــــل:

∵ الجسم يتحرك لأعلى المستوى

، ك = ٢٠٠ كجم ، جـ = ٢ م/ث^{٢}

∴ معادلة الحركة هى: ق − ك ء جا هـ = ك جـ

∴ ق − ٢٠٠ × ٩,٨ جا هـ = ٢٠٠ × ٢

∴ ق − ١٩٦٠ جا هـ = ٤٠٠ (١)

بعد أن أنقصت القوة إلى النصف الجسم يتحرك لأسفل المستوى

∵ ك = ٢٠٠ كجم ، جـ = ١,٤٥ م/ث^{٢}

∴ معادلة الحركة هى: ك ء جا هـ − $\frac{١}{٢}$ ق = ك جـ

∴ ٢٠٠ × ٩,٨ جا هـ − $\frac{١}{٢}$ ق = ٢٠٠ × ١,٤٥ ∴ ١٩٦٠ جا هـ − $\frac{١}{٢}$ ق = ٢٩٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ∴ ق − $\frac{١}{٢}$ ق = ٦٩٠ ∴ $\frac{١}{٢}$ ق = ٦٩٠ ∴ ق = ١٣٨٠ نيوتن

مثـــال:

جسم كتلته ٥٠٠ جم موضوع على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٣}{٥}$ أثـرت عليـه قـوة تعادل ٥٠٠ ث.جم إلى أعلى المستوى وفى إتجاه خط أكبر ميل . أوجد عجلة الحركة ، وإذا إنعدم تأثير القوة بعد مضى ثانيتين أوجد المسافة الى يصعدها الجسم بعد ذلك حتى يسكن لحظيا.

الحـــل:

اتجاه الحركة ، ر ، ق ، ك د جا هـ ، هـ ، ك د جتا هـ ، ك د

$\because$ ك د جا هـ $= ٥٠٠ \times ٩٨٠ \times \frac{٣}{٥} = ٢٩,٤ \times ١٠^{٤}$ داين

، ق $= ٥٠٠$ ث.جم $= ٥٠٠ \times ٩٨٠ = ٤٩ \times ١٠^{٤}$ داين

$\therefore$ ق > ك د جا هـ

$\therefore$ الجسم يصعد لأعلى المستوى

$\therefore$ معادلة الحركة هى: ق − ك د جا هـ = ك جـ

$\therefore ٤٩ \times ١٠^{٤} - ٥٠٠ \times ٩٨٠ \times \frac{٣}{٥} = ٥٠٠ \times$ جـ

$\therefore ٥٠٠$ جـ $= ١٩,٦ \times ١٠^{٤} \Leftarrow \therefore$ جـ $= \frac{١٩,٦ \times ١٠^{٤}}{٥٠٠} = ٣٩٢$ سم/ث^٢

حساب السرعة بعد ثانيتين (أى قبل إنعدام تأثير القوة)

ع. = ٠ ، جـ = ٣٩٢ سم/ث^٢ ، ن = ٢ ث

$\because$ ع = ع. + جـ ن $\quad \therefore$ ع = ٠ + ٣٩٢ × ٢ $\quad \therefore$ ع = ٧٨٤ سم/ث

وهذه السرعة تعتبر سرعة ابتدائية بعد إنعدام تأثير القوة فيتحرك الجسم لأعلى المستوى تحت تأثير وزنه فقط بعجلة جـ$_٢$ حيث

جـ$_٢$ = − د جا هـ $\quad \therefore$ جـ$_٢$ $= -٩٨٠ \times \frac{٣}{٥} = -٥٨٨$ سم/ث^٢

إيجاد المسافة حتى يسكن الجسم لحظيا:

ع. = ٧٨٤ سم/ث ، جـ$_٢$ = −٥٨٨ سم/ث^٢ ، ع = ٠

$\because$ ع^٢ = ع.^{٢} + ٢جـ ف $\Leftarrow \therefore ٠ = (٧٨٤)^٢ + ٢ \times (-٥٨٨) \times$ ف

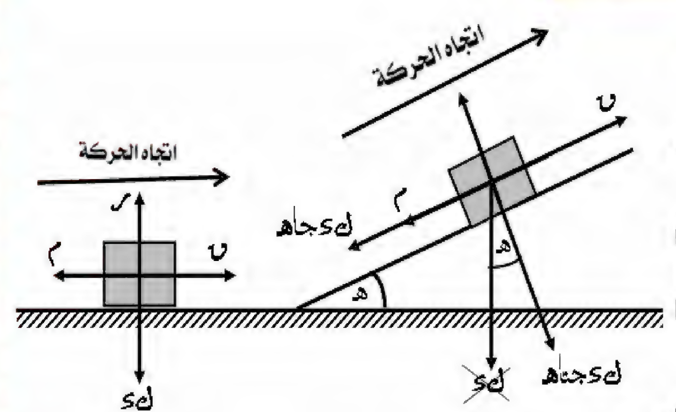
$\therefore ٢ \times ٥٨٨$ ف $= (٧٨٤)^٢ \Leftarrow \therefore$ ف $= \frac{(٧٨٤)^٢}{٢ \times ٥٨٨} = ٥٢٢\frac{٢}{٣}$ سم

مثـــال:

قطار كتلته ٢٤٠ طنا يسير فى طريق أفقى بعجلة منتظمة ٢,٤٥ سم/ث^٢ فإذا كانت قوة الآلـه تعـادل ٢٠٠٠ ث.كجم فما مقدار المقاومة لكل طن من كتلة القطار.

وإذا صعد هذا القطار أعلى منحدر يميل على الأفقى بزاوية هـ حيث جاهـ $= \frac{١}{٥٠٠}$ فما العجلة التى يتحرك بها القطار إلى أعلى المنحدر علما بأن المقاومة لم تتغير.

الحـــل:



ك $=$ ٢٤٠ طن $=$ ٢٤٠ $\times$ ١٠^{٣} كجم

، جـ $=$ ٢,٤٥ سم/ث^{٢} $=$ ٢,٤٥ $\times$ ١٠$^{-٢}$ م/ث^{٢}

، ق $=$ ٢٠٠٠ ث.كجم

$=$ ٢٠٠٠ $\times$ ٩,٨ نيوتن

على الطريق الأفقي:

معادلة الحركة هي: ق $-$ م $=$ ك جـ

حيث م المقاومة الكلية لحركة القطار

$\therefore$ ٢٠٠٠ $\times$ ٩,٨ $-$ م $=$ ٢٤٠ $\times$ ١٠^{٣} $\times$ ٢,٤٥ $\times$ ١٠$^{-٢}$

$\therefore$ م $=$ ١٩٦٠٠ $-$ ٥٨٨٠ $=$ ١٣٧٢٠ نيوتن

$\therefore$ المقاومة لكل طن $= \frac{\text{م}}{\text{ك}} = \frac{١٣٧٢٠}{٢٤٠} =$ ٥٧ $\frac{١}{٦}$ نيوتن $=$ ٥٧ $\frac{١}{٦}$ $\div$ ٩,٨ $=$ ٥ $\frac{٥}{٦}$ ث.كجم

على المنحدر:

معادلة الحركة هي: ق $-$ ك د جاهـ $-$ م $=$ ك جـ حيث م المقاومة لم تتغير

$\therefore$ ٢٠٠٠ $\times$ ٩,٨ $-$ ٢٤٠ $\times$ ١٠^{٣} $\times$ ٩,٨ $\times \frac{١}{٥٠٠}$ $-$ ١٣٧٢٠ $=$ ٢٤٠ $\times$ ١٠^{٣} جـ$_{٢}$

$\therefore$ ١٩٦٠٠ $-$ ٤٧٠٤ $-$ ١٣٧٢٠ $=$ ٢٤٠ $\times$ ١٠^{٣} جـ$_{٢}$ $\Leftarrow$ $\therefore$ ٢٤٠ $\times$ ١٠^{٣} جـ$_{٢}$ $=$ ١١٧٦

$\therefore$ جـ$_{٢}$ $= \frac{١١٧٦}{٢٤٠ \times ١٠^{٣}} =$ ٠,٠٠٤٩ م/ث^{٢} $=$ ٠,٠٠٤٩ $\times$ ١٠٠ $=$ ٠,٤٩ سم/ث^{٢}

٢ - ٦ حركة جسم على مستوى خشن

الحركة على مستوى خشن:

عند دراسة الحركة على المستويات الخشنة تظهر قوى الأحتكاك وتكون هى إحدى القوى المؤثرة على الجسم فنجد أنه إذا كان الجسم متزنا على المستوى الخشن تحت تأثير قوة تعمل على تحريكة فإن قوة الإحتكاك تكون هى قوة الإحتكاك السكونى أما إذا تحرك الجسم على المستوى الخشن فإن قوة الإحتكاك تكون هى قوة الإحتكاك الحركى.

ويجب تذكر الخواص التالية عند دراسة الحركة على مستوى خشن:

١) قوة الإحتكاك تكون دائما ضد إتجاه الحركة.

٢) قوة الإحتكاك السكونى تزيد كلما زادت القوة المماسية التى تعمل على إحداث الحركة حتى تصل قوة الإحتكاك السكونى الى قيمة لا تتعداها وعند ذلك يكون الجسم على وشك الحركة ويكون الإحتكاك السكونى نهائى ويساوى $م_س$ ر حيث $م_س$ معامل الإحتكاك السكونى.

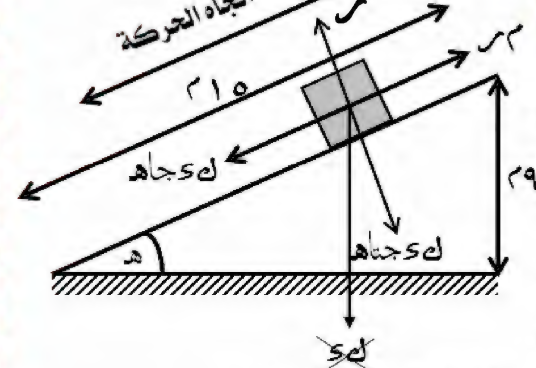
٣) إذا تحرك الجسم على سطح خشن فإن قوة الإحتكاك فى هذه الحالة تكون هى الإحتكاك الحركى وتساوى $م_ك$ ر حيث $م_ك$ معامل الإحتكاك الحركى.

٤) معامل الإحتكاك السكونى $م_س$ > معامل الإحتكاك الحركى $م_ك$

مثال:

تنقل الصناديق فى أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل طوله ١٥ متر وإرتفاعه ٩ أمتار أوجد سرعة الصندوق الذى بدأ حركته من السكون عند قمة المستوى وذلك عند وصوله إلى قاعدة المستوى إذا كان المستوى خشناً و معامل الإحتكاك الحركى $\frac{١}{٤}$.

الحل:



∵ المستوى خشن ، ر = ك د جتاهـ نيوتن

∴ قوة الإحتكاك الحركى = $م_ك$ ر

= $\frac{١}{٤}$ ك د جتاهـ نيوتن

معادلة الحركة هى: ك د جاهـ − $م_ك$ ر = ك جـ

ك د جاهـ − $\frac{١}{٤}$ ك د جتاهـ = ك جـ بالقسمة على ك

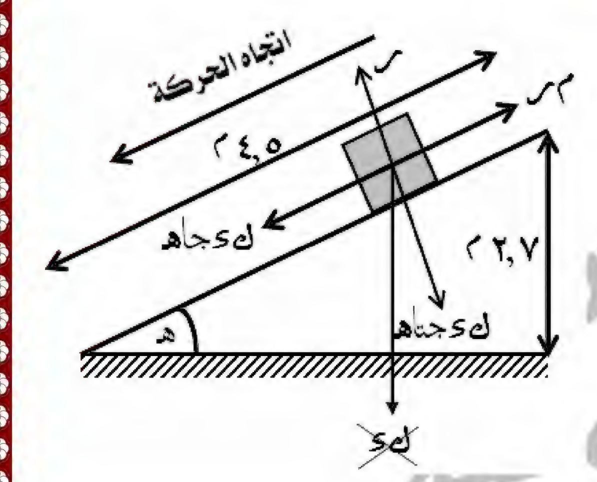
∴ $٩,٨ \times \frac{٩}{١٥} - \frac{١}{٤} \times ٩,٨ \times \frac{١٢}{١٥}$ = جـ ∴ جـ = ٥,٨٨ − ١,٩٦ = ٣,٩٢ م/ث^٢

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢$جـ ف ∴ $ع^٢ = ٠ + ٢ \times ٣,٩٢ \times ١٥$ ⇐ ∴ ع = $٢,٨\sqrt{١٥}$ م/ث

مثـــال:

مستوى مائل طوله ٤,٥ متر وإرتفاعه ٢,٧ متر ، وضع جسم عند قمة المستوى وبدأ الحركة من السكون أحسب سرعة الجسم عند وصوله إلى قاعدة المستوى والزمن اللازم إذا كان معامل الإحتكاك الحركى ٠,٥

الحـــل:



ر = ك د جتا هـ نيوتن

، ∴ قوة الإحتكاك الحركى = $م_{ك}$ ر

= ٠,٥ × ك د جتا هـ نيوتن

معادلة الحركة هى:

ك د جا هـ − م ر = ك جـ

ك د جا هـ − ٠,٥ × ك د جتا هـ = ك جـ بالقسمة على ك

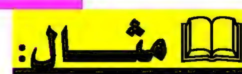
٩,٨ × $\frac{٢,٧}{٤,٥}$ − ٠,٥ × ٩,٨ × $\frac{٣,٦}{٤,٥}$ = جـ

∴ جـ = ٥,٨٨ − ٣,٩٢ = ١,٩٦ م/$ث^{٢}$

∵ $ع^{٢}$ = $ع_{٠}^{٢}$ + ٢ جـ ف

∴ $ع^{٢}$ = ٠ + ٢ × ١,٩٦ × ٤,٥ ⟸ ∴ ع = ٤,٢ م/ث

∵ ع = $ع_{٠}$ + جـ ن ∴ ٤,٢ = ٠ + ١,٩٦ ن ⟸ ∴ ن = $\frac{٤,٢}{١,٩٦}$ = $\frac{١٥}{٧}$ = ٢ $\frac{١}{٧}$ ث



مثـــال:

جسم كتلته ١٢ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن ، معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى يساوى $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ بينما معامل الإحتكاك الحركى يساوى $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ احسب القوة الأفقية التى تجعل الجسم على وشك الحركة،ثم أوجد القوة الأفقية التى يجعله يتحرك بعجلة قدرها $\frac{٤٩\sqrt{٣}}{٢٠}$ م/$ث^{٢}$.

الحـــل:

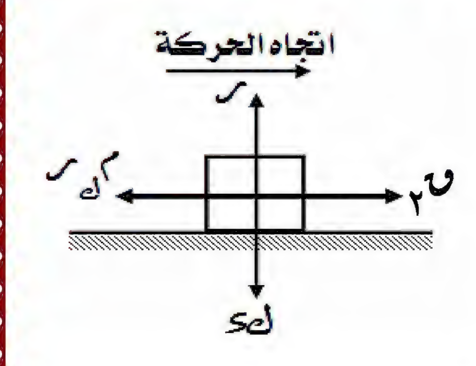
أولا: القوة التى تجعل الجسم على وشك الحركة



∵ ر = ك د ، $م_{س}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

∴ $م_{س}$ ر = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ × ١٢ × ٩,٨ = ٣٩,٢ $\sqrt{٣}$

∴ ق = $م_{س}$ ر = ٣٩,٢ $\sqrt{٣}$ نيوتن = $\frac{٣٩,٢\sqrt{٣}}{٩,٨}$ = ٤ $\sqrt{٣}$ ث كجم



ثانيا: القوة التى تجعل الجسم يتحرك بعجلة

∵ ر = ك ء ، م$_{ك}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ، ج = $\frac{٤٩\sqrt{٣}}{٢٠}$

∴ معادلة الحركة هى

ق$_{٢}$ − م$_{ك}$ ر = ك ج

∴ ق$_{٢}$ − $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ × ١٢ × ٩,٨ = ١٢ × $\frac{٤٩\sqrt{٣}}{٢٠}$

∴ ق$_{٢}$ = ٥٨,٨ $\sqrt{٣}$ + ٢٩,٤ $\sqrt{٣}$ = ٨٨,٢ $\sqrt{٣}$ نيوتن = $\frac{٨٨,٢\sqrt{٣}}{٩,٨}$ = ٩ $\sqrt{٣}$ ث كجم



مثـــال:

جسم وزنه ٨٠٠ نيوتن ، موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ٢٥° وكان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى يساوى ٠,٣٥ ومعامل الإحتكاك الحركى يساوى ٠,٢٥

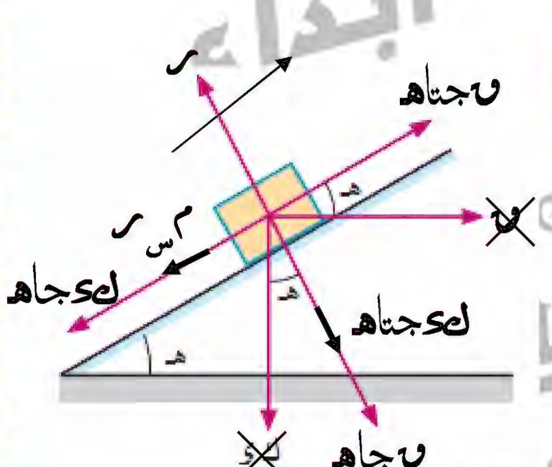
أوجد القوة ق الأفقية فى كل الحالات الآتية:

(أ) ق تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى.

(ب) ق أقل قوة تحرك الجسم لأعلى المستوى.

(ج) ق تمنع الجسم من الإنزلاق.

الحـــل:



(أ) ق تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى.

∵ ر = ق جاهـ + ك ء جتاهـ ، م$_{س}$ = ٠,٣٥

∴ ر = ق جا ٢٥° + ٨٠٠ جتا ٢٥°

= ٠,٤٢ ق + ٧٢٥,٠٥

، ∵ ق جتاهـ = م$_{س}$ ر + ك ء جاهـ

∴ ق جتا ٢٥° = ٠,٣٥ (٠,٤٢ ق + ٧٢٥,٠٥) + ٨٠٠ جا ٢٥°

∴ ٠,٩١ ق = ٠,١٤٧ ق + ٢٥٣,٧٦٨ + ٣٣٨,٠٩٥

∴ ٠,٧٦٣ ق = ٥٩١,٨٦٣ ∴ ق = $\frac{٥٩١,٨٦٣}{٠,٧٦٣}$ ≃ ٧٧٥,٧ نيوتن

(ب) ق أقل قوة تحرك الجسم لأعلى المستوى.

∵ ر = ق جاهـ + ك ء جتاهـ ، م$_{ك}$ = ٠,٢٥

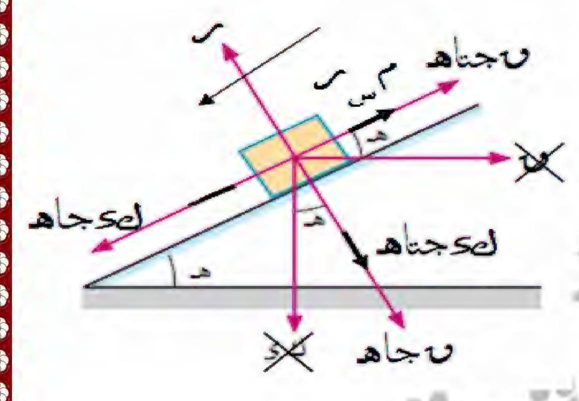
∴ ر = ق جا ٢٥° + ٨٠٠ جتا ٢٥° = ٠,٤٢ ق + ٧٢٥,٠٥

، ∵ ق جتاهـ = م ك ر + ك ء جاهـ

∴ ق جتا ٢٥° = ٠,٢٥(٠,٤٢ ق + ٧٢٥,٠٥) + ٨٠٠ جا ٢٥°

∴ ٠,٩١ ق = ٠,١٠٥ ق + ١٨١,٢٦٣ + ٣٣٨,٠٩٥

∴ ٠,٨٠٥ ق = ٥١٩,٣٥٨ ∴ ق = $\frac{٥١٩,٣٥٨}{٠,٨٠٥}$ ≃ ٦٤٥,٢ نيوتن



(جـ) ق تمنع الجسم من الإنزلاق.

∵ ر = ق جاهـ + ك ء جتاهـ ، م س = ٠,٣٥

∵ ر = ق جا ٢٥° + ٨٠٠ جتا ٢٥°

= ٠,٤٢ ق + ٧٢٥,٠٥

، ∵ ق جتاهـ + م س ر = ك ء جاهـ

∴ ق جتا ٢٥° + ٠,٣٥(٠,٤٢ ق + ٧٢٥,٠٥) = ٨٠٠ جا ٢٥°

∴ ٠,٩١ ق + ٠,١٤٧ ق + ٢٥٣,٧٦٨ = ٣٣٨,٠٩٥

∴ ١,٠٥٧ ق = ٨٤,٣٢٧ ∴ ق = $\frac{٨٤,٣٢٧}{١,٠٥٧}$ ≃ ٧٩,٨ نيوتن

مثـــال:

ينزلق جسم على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية ٤٥° فإذا كان معامل الإحتكاك الحركى بين الجسم والمستوى يساوى $\frac{٣}{٤}$ فاثبت أن الزمن الذى يقطع فيه أية مسافة يساوى ضعف الزمن الذى يقطع فيه نفس المسافة إذا كان المستوى أملس وبفرض أن الجسم بدء الإنزلاق من السكون فى الحالتين.

الحـــل:

أذا كان المستوى أملس

يتحرك الجسم تحت تأثير وزنه فقط بعجلة جـ

∵ جـ = ء جاهـ (فى حالة الحركة تحت تأثير الوزن فقط لاسفل)

∴ جـ = ٩,٨ × جا ٤٥° = ٤,٩ $\sqrt{٢}$ م/ث

نفرض أن المسافة المقطوعة = ف متر والزمن اللازم لقطعها = ن١

ع. = ٠ ، جـ = ٤,٩ $\sqrt{٢}$ م/ث٢

∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن٢ ∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٤,٩ $\sqrt{٢}$ ن١٢ = ٢,٤٥ $\sqrt{٢}$ ن١٢ (١)

إذا كان المستوى خشن:

$\because$ ر $=$ ك د جتا ٤٥° نيوتن ، م$_{ك}$ $= \frac{٣}{٤}$

$\therefore$ م$_{ك}$ ر $= \frac{٣}{٤} \times$ ك د جتا ٤٥° نيوتن

معادلة الحركة هى:

ك د جا ٤٥° $-$ م$_{ك}$ ر $=$ ك جـ$_{٢}$

ك د جا ٤٥° $- \frac{٣}{٤} \times$ ك د جتا ٤٥° $=$ ك جـ$_{٢}$ بالقسمة على ك

$\therefore$ ٩,٨ $\times \frac{\sqrt{٢}}{٢} - \frac{٣}{٤} \times$ ٩,٨ $\times \frac{\sqrt{٢}}{٢} =$ جـ$_{٢}$

$\therefore$ جـ$_{٢}$ $=$ ٤,٩ $\sqrt{٢} \times (١ - \frac{٣}{٤}) =$ ١,٢٢٥ $\sqrt{٢}$ م/ث

نفرض أن المسافة المقطوعة هى نفس المسافة السابقة اى ف متر والزمن اللازم لقطعها = ن$_{٢}$

ع. $=$ ٠ ، جـ$_{٢}$ $=$ ١,٢٢٥ $\sqrt{٢}$ م/ث^{٢}

$\because$ ف $=$ ع. ن $+ \frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢} $\therefore$ ف $=$ ٠ $+ \frac{١}{٢} \times$ ١,٢٢٥ $\sqrt{٢}$ ن$_{٢}^{٢}$ $=$ ٠,٦١٢٥ $\sqrt{٢}$ ن$_{٢}^{٢}$ (٢)

من (١) ، (٢)

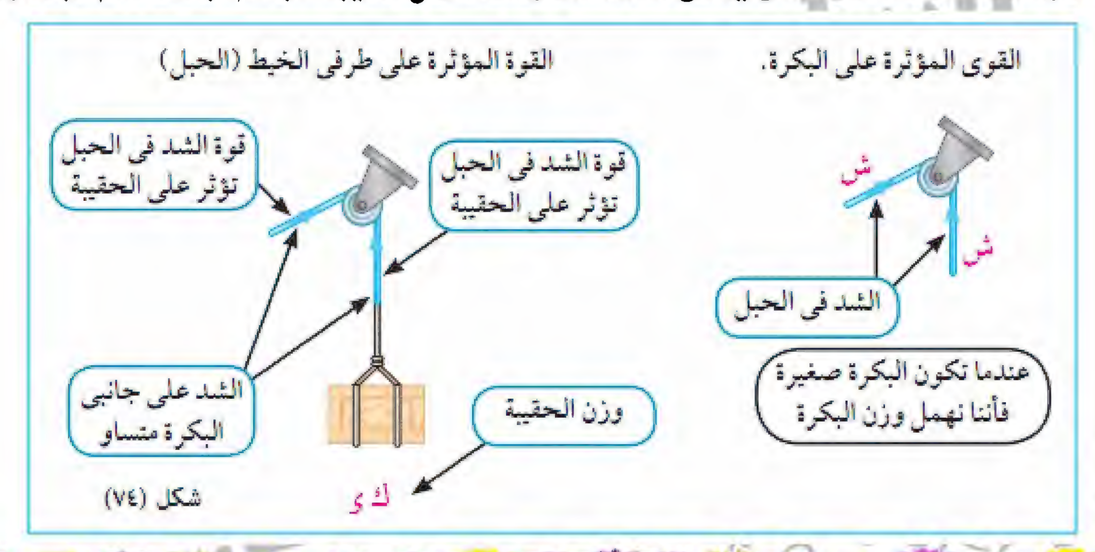
$\therefore$ ٠,٦١٢٥ $\sqrt{٢}$ ن$_{٢}^{٢}$ $=$ ٢,٤٥ $\sqrt{٢}$ ن$_{١}^{٢}$ $\Leftarrow$ $\therefore$ ٠,٦١٢٥ ن$_{٢}^{٢}$ $=$ ٢,٤٥ ن$_{١}^{٢}$

$\therefore \frac{ن_{٢}^{٢}}{ن_{١}^{٢}} = \frac{٢,٤٥}{٠,٦١٢٥} =$ ٤ $\therefore \frac{ن_{٢}}{ن_{١}} =$ ٢ $\Leftarrow$ $\therefore$ ن$_{٢}$ $=$ ٢ن$_{١}$

$\therefore$ الزمن الذى يقطع فيه المسافة ف على المستوى الخشن يساوى ضعف الزمن الذى يقطع فيه نفس المسافة إذا كان المستوى أملس.

٢ - ٧ البكرات البسيطة

تستخدم البكرات فى أغراض عديدة مثل تقليل القوة اللازمة لرفع الأجسام وتسهيل الحركة وتغيير إتجاه القوة ومن البكرات ماهو ثابت ومنها ماهو متحرك وعندما تكون البكرة صغيرة وملساء يكون الشد على جانبى البكرة متساو والشكل الآتى يوضح القوى المؤثرة عند رفع حقيبة (جسم) باستخدام البكرة



شكل (٧٤)

حركة مجموعة مكونة من كتلتين تتدليان رأسيا من طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء:

أذا كانت الكتلتان هما ك_1 ، ك_2 حيث $\text{ك}_1 > \text{ك}_2$ متصلتان معا بخيط يمر على بكرة صغيرة ملساء كما هو موضح بالشكل فإن الكتلة الأكبر سوف تتحرك رأسيا لأسفل بعجلة ج وبالتالى تتحرك الكتلة الأصغر رأسياً لأعلى بنفس العجلة ج وبما أن البكرة ملساء فإن الشد فى طرفى الخيط لن يتغير وبالتالى تكون معادلتى الحركة هما:

$$\text{ك}_1 \text{د} - \text{ش} = \text{ك}_1 \text{ج} \quad ، \quad \text{ش} - \text{ك}_2 \text{د} = \text{ك}_2 \text{ج}$$

وبحل المعادلتين نحصل على قيمتى ج ، ش

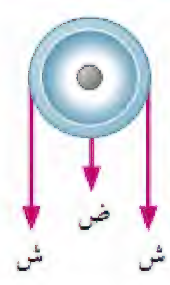
ش
ش
$\text{ك}_2 \text{د}$
$\text{ك}_1 \text{د}$

عند قطع الخيط:

إذا قطع الخيط الواصل بين الجسمين بعد زمن ن ، فإن كلا من الجسمين يتحرك فى نفس إتجاهه السابق قبل قطع الخيط كمايلى:

- **الكتلة ك_1 تتحرك لأسفل بسرعة ابتدائية ع (وهى السرعة لحظة قطع الخيط) وتحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية.**
- **الكتلة ك_2 تتحرك لأعلى بسرعة ابتدائية ع (وهى السرعة لحظة قطع الخيط) وعكس عجلة الجاذبية الأرضية إلى أن تسكن لحظيا ثم تسقط سقوطا حرا.**

الضغط على البكرة:



يؤثر الخيط على البكرة بقوتى شد ش كل منهما رأسيا لأسفل
وبالتالى فإن محصلة هاتين القوتين تمثل قوة الضغط على البكرة

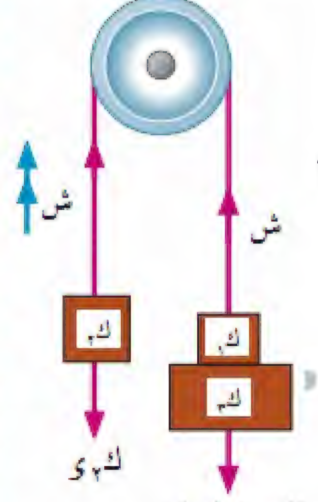
أى أن: $\text{ض} = 2\text{ش}$

ملاحظة:

إذا بدأت المجموعة الحركة والكتلتان فى مستوى واحد ، وكانت المسافة المقطوعة خلال زمن ن تساوى ف فإن المسافة الرأسية بين الكتلتين تساوى ٢ف وحدة طول

حالات مشابهه:

الحالة الأولى:



إذا تم إضافة كتلة ك_3 الى الكتلة ك_1 وكانت $\text{ك}_3 + \text{ك}_1 > \text{ك}_2$ ، $\text{ك}_1 < \text{ك}_2$
وبدات المجموعة الحركة فغن معادلات الحركة تكون:

$$(\text{ك}_3 + \text{ك}_1)\text{ء} - \text{ش} = (\text{ك}_3 + \text{ك}_1)\text{جـ}$$

$$، \quad \text{ش} - \text{ك}_2\text{ء} = \text{ك}_2\text{جـ}$$

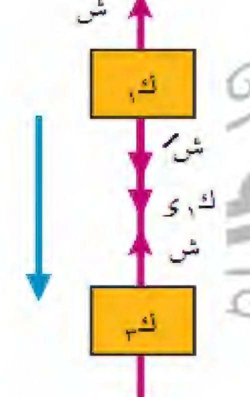
وبحل المعادلتين نحصل على قيمتى جـ ، ش

وإذا أنفصلت الكتلة الإضافية ك_3 بعد زمن ن ثانية فإن المجموعة تتحرك فى نفس إتجاهها السابق بسرعة ابتدائية تساوى سرعة المجموعة لحظة الإنفصال ولكن بعجلة تقصيرية إلى ان تسكن لحظيا ويتم تحديد العجلة التقصيرية بتكوين معادلات حركة مرة ثانية للنظام بعد إنفصال ك_3

$$\text{ك}_1\text{ء} - \text{ش}' = \text{ك}_1\text{جـ}' \quad ، \quad \text{ش}' - \text{ك}_2\text{ء} = \text{ك}_2\text{جـ}'$$

وبحل المعادلتين نحصل على قيمتى جـ′ ، ش′

وبعد السكون اللحظى يتغير إتجاه الحركة ليصبح فى إتجاه ك_2 وبعجلة تزايدية يتم تحديدها بتكوين معادلات حركة مرة ثالثة

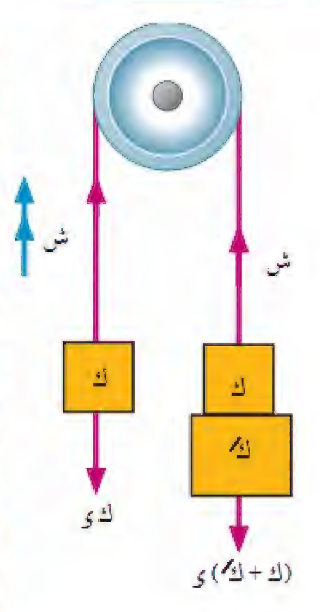


ملاحظة:

إذا كانت الكتلتان ك_3 ، ك_1 مربوطتان بخيط اخر فإن الشدود تكون كما هو موضح بالشكل وتكون معادلات الحركة للكتلتين هى:

$$\text{ك}_1\text{ء} + \text{ش}' - \text{ش} = \text{ك}_1\text{جـ}'$$

$$، \quad \text{ك}_3\text{ء} - \text{ش}' = \text{ك}_3\text{جـ}'$$



الحالة الثانية:

إذا كانت الكتلتان متساويتان وكل منهما تساوى ك فإن المجموعة لن تتحرك

أما إذا أضيفت كتلة ك َ إلى إحدى الكتلتين فإن المجموعة تتحرك

فى إتجاه الكتلتين ك + ك َ وتكون معادلات الحركة هى:

$(ك+ك')ء - ش = (ك+ك')جـ$

، $ش - كء = كجـ$

إذا إنفصلت الكتلة الإضافية بعد زمن ن ثانية

فإن المجموعة تتحرك فى نفس إتجاه حركتها بسرعة منتظمة تساوى

السرعة لحظة إنفصال الكتلة الإضافية

الحالة الثالثة:

إذا علقت الكتلتان $ك_١$ ، $ك_٢$ فى طرفى خيط ولانعلم أى الكتلتين أكبر

فإذا اكسبنا الكتلة $ك_١$ سرعة ع لأسفل وتحركت المجموعة يكون لدينا

ثلاثة حالات:



١) إذا عادت المجموعة إلى وضعها الأصلى بعد زمن قدره ن ثانية

فذلك يدل على أن $ك_١ < ك_٢$ وان المجموعة تحركت بعجلة تقصيرية

إلى أن سكنت لحظيا ثم غيرت إتجاه حركتها ويمكن حساب قيمة

العجلة التقصيرية من المعلومات التالية:

السرعة الإبتدائية = ع ، السرعة النهائية = صفر ، الزمن = $\frac{ن}{٢}$

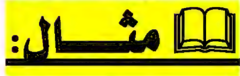
٢) إذا تحركت المجموعة حركة منتظمة بسرعة منتظمة تساوى السرعة

التى اكسبناها للكتلة $ك_١$ فذلك يدل على أن الكتلتان متساويتان

أى ان $ك_١ = ك_٢$ والحركة تتبع القانون الأول لنيوتن.

٣) إذا تحركت المجموعة بعجلة تزايدية فذلك يدل على أن $ك_١ > ك_٢$ وتكون معادلات الحركة

هى: $ك_١ء - ش = ك_١جـ$ ، $ش - ك_٢ء = ك_٢جـ$



مثـــال:

علق جسمان كتلتاهما ٢٨ ، ٢١ جم من طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء، فإذا تحركت المجموعة من السكون،فأوجد عجلة المجموعة ومقدار الشد فى الخيط وسرعة المجموعة بعد ثانيتين من بدء الحركة.

الحـــل:

$ك_١ = ٢٨$ جم $\therefore ك_١ء = ٢٨ \times ٩٨٠$ داين ، $ك_٢ = ٢١$ جم $\therefore ك_٢ء = ٢١ \times ٩٨٠$ داين

معادلتى الحركة هما:

$٢٨ \times ٩٨٠ - ش = ٢٨ جـ$ (١)

، $ش - ٢١ \times ٩٨٠ = ٢١ جـ$ (٢)

بجمع المعادلتين ١ ، ٢

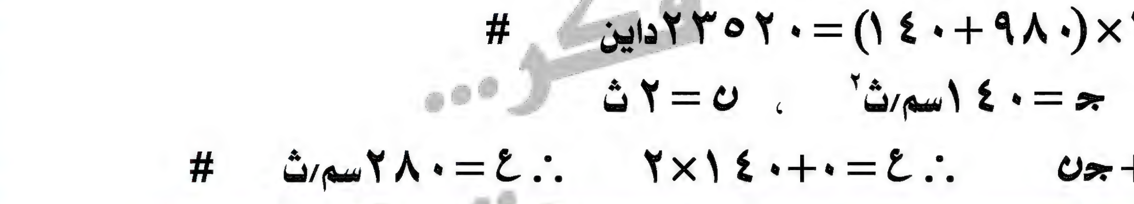
∴ $(٢٨ - ٢١) \times ٩٨٠ = (٢٨ + ٢١) جـ$

∴ $جـ = \frac{٧ \times ٩٨٠}{٤٩} = ١٤٠$ سم/ث^{٢} #

بالتعويض فى (٢)

∴ $ش - ٢١ \times ٩٨٠ = ٢١ \times ١٤٠$

∴ $ش = ٢١ \times (٩٨٠ + ١٤٠) = ٢٣٥٢٠$ داين #



∵ $ع_٠ = ٠$ ، $جـ = ١٤٠$ سم/ث^{٢} ، $ن = ٢$ ث

∵ $ع = ع_٠ + جـ ن$ ∴ $ع = ٠ + ١٤٠ \times ٢$ ∴ $ع = ٢٨٠$ سم/ث #

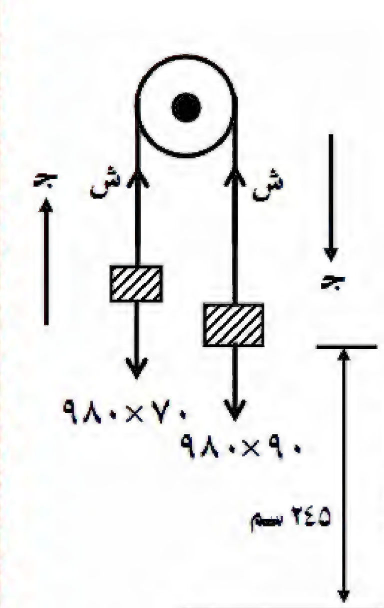
مثـــال:

خيط خفيف يمر على بكرة مثبتة ملساء ، ويتدلى من أحد طرفيه جسم كتلته ٩٠ جم ، ومن الطرف الآخر جسم كتلته ٧٠ جم ، وبدات المجموعة حركتها من السكون عندما كانت الكتلة ٩٠ جم على إرتفاع ٢٤٥سم من سطح الأرض:

(أ) أوجد الزمن الذى يمضى حتى تصل الكتلة ٩٠ جم إلى سطح الأرض.

(ب) أوجد الزمن الذى يمضى بعد ذلك حتى يصبح الخيط مشدودا مرة أخرى.

الحـــل:



معادلتى الحركة هما:

$٩٠ \times ٩٨٠ - ش = ٩٠ جـ$ (١)

، $ش - ٧٠ \times ٩٨٠ = ٧٠ جـ$ (٢) بجمع المعادلتين (١) ، (٢)

∴ $(٩٠ - ٧٠) \times ٩٨٠ = (٩٠ + ٧٠) جـ$

∴ $جـ = \frac{٢٠ \times ٩٨٠}{١٦٠} = ١٢٢,٥$ سم/ث^{٢}

(أ) الزمن الذى يمضى حتى تصل الكتلة ٩٠ جم إلى سطح الأرض.

∵ $ع_٠ = ٠$ ، $جـ = ١٢٢,٥$ سم/ث^{٢} ، $ف = ٢٤٥$ سم

∵ $ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} جـ ن^{٢}$ ∴ $٢٤٥ = ٠ + \frac{١}{٢} \times ١٢٢,٥ ن^{٢}$

∴ $ن^{٢} = \frac{٤٩٠}{١٢٢,٥} = ٤$ ∴ $ن = ٢$ ث #

$\because$ ع^2 = ع$_0^2$ + ٢جف $\Leftarrow$ $\therefore$ ع^2 = ٠ + ٢ × ١٢٢,٥ × ٢٤٥

$\therefore$ ع = ٢٤٥ سم/ث وهذه هى السرعة لحظة وصول الكتلة ٩٠ إلى سطح الأرض

(ب) الزمن الذى يمضى بعد ذلك حتى يصبح الخيط مشدودا مرة أخرى.

بعد وصول الكتلة ٩٠ إلى سطح الأرض ينعدم الشد وتتحرك الكتلة ٧٠ فى نفس إتجاه حركتها لأعلى بسرعة ابتدائية ٢٤٥سم/ث وبعجلة تقصيرية ٩٨٠سم/ث^2 إلى أن تسكن لحظيا بعد زمن ن ثم تغير أتجاه حركتها لأسفل

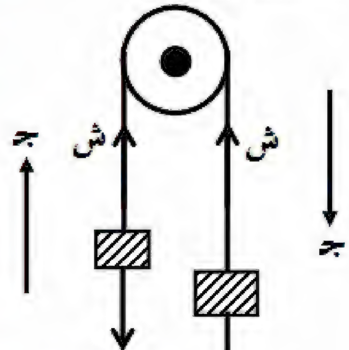
$\because$ ع = ع$_0$ + جن $\therefore$ ٠ = ٢٤٥ − ٩٨٠ × ن $\therefore$ ن = $\frac{٢٤٥}{٩٨٠}$ = $\frac{١}{٤}$ث

$\therefore$ الزمن الذى يمضى حتى يصبح الخيط مشدودا مرة أخرى = $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$ث #

مثـــال:

يمر خيط خفيف ثابت الطول على بكرة صغيرة ملساء مثبتة، ويحمل من طرفيه كتلتين ٢٠ ، ١٢ جم تتدليان رأسيا، أوجد عجلة حركة المجموعة والشد فى الخيط، وإذا كانت المجموعة قد بدأت حركتها من السكون ، وقطع الخيط بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة، عين أقصى إرتفاع تصل اليه الكتلة ١٢ جم عن موضعها الأصلى عند بدء الحركة.

الحـــل:



معادلتى الحركة هما:

٢٠ × ٩٨٠ − ش = ٢٠جـ (١)

، ش − ١٢ × ٩٨٠ = ١٢جـ (٢)

بجمع المعادلتين ١ ، ٢

$\therefore$ (٢٠ − ١٢) × ٩٨٠ = (٢٠ + ١٢)جـ

$\therefore$ جـ = $\frac{٨ \times ٩٨٠}{٣٢}$ = ٢٤٥سم/ث^2 #

بالتعويض فى (٢)

$\therefore$ ش − ١٢ × ٩٨٠ = ١٢ × ٢٤٥

$\therefore$ ش = ١٢ × (٩٨٠ + ٢٤٥) = ١٤٧٠٠داين #

حساب السرعة والمسافة المقطوعة لحظة قطع الخيط

$\because$ ع$_0$ = ٠ ، جـ = ٢٤٥سم/ث^2 ، ن = ٢ ث

$\because$ ع = ع$_0$ + جن $\therefore$ ع = ٠ + ٢٤٥ × ٢ $\therefore$ ع = ٤٩٠سم/ث

، $\because$ ف = ع$_0$ن + $\frac{١}{٢}$جن^2 $\therefore$ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٢٤٥ × ٢^2 $\therefore$ ف = ٤٩٠سم

بعد قطع الخيط تتحرك الكتلة ١٢في نفس إتجاه حركتها لأعلى بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وعكس عجلة الجاذبية الأرضية إلى ان تسكن لحظيا

∴ $ع_٠ = ٤٩٠$ سم/ث ، جـ $= -٩٨٠$ سم/ث^٢ ، $ع = ٠$

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢$جـف ⟸ ∴ $٠ = ٤٩٠^٢ - ٢ × ٩٨٠ ×$ ف

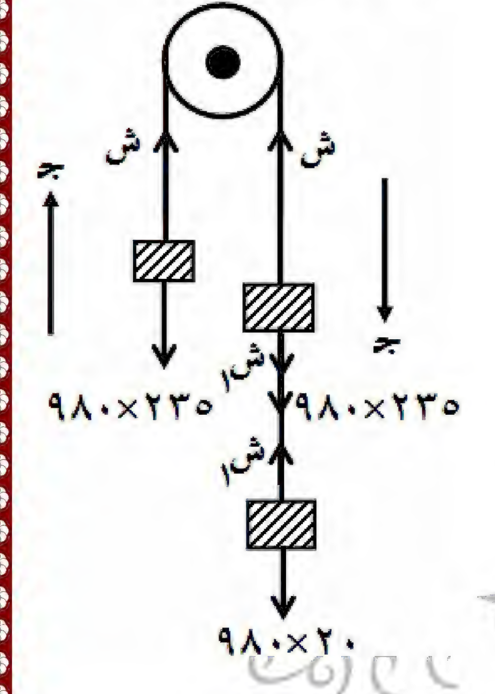
∴ ف $= \frac{٤٩٠^٢}{٢ × ٩٨٠} = ١٢٢,٥$ سم

∴ أقصى إرتفاع تصل اليه الكتلة ١٢ جم عن موضعها الأصلى $= ٤٩٠ + ١٢٢,٥ = ٦١٢,٥$ سم

مثــــال:

خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء ، ويحمل فى أحد طرفيه ثقلين ٢٣٥ ، ٢٠ جم متصلين بخيط بحيث كان الثقل ٢٠ جم أسفل الثقل ٢٣٥ جم ،وفى الطرف الآخر ثقل قدره ٢٣٥جم ،احسب العجلة المشتركة،وإذا تحركت المجموعة من السكون ،وقطع الخيط الذى يحمل الثقل ٢٠ بعد إن قطعت المجموعة مسافة ٤٥ سم وكان الثقل ٢٣٥جم الهابط على مسافة ٩٠ سم من سطح الأرض عندئذ ،فاحسب الزمن الذى يأخذه هذا الثقل حتى يصل إلى سطح الأرض.

الحـــل:



معادلات الحركة هى:

$٢٠ × ٩٨٠ - ش_١ = ٢٠$جـ (١)

، $٢٣٥ × ٩٨٠ + ش_١ - ش = ٢٣٥$جـ (٢)

، $ش - ٢٣٥ × ٩٨٠ = ٢٣٥$جـ (٣)

بجمع المعادلات ١ ، ٢ ، ٣

∴ $٢٠ × ٩٨٠ = (٢٠ + ٢٣٥ + ٢٣٥)$جـ

∴ جـ $= \frac{٢٠ × ٩٨٠}{٤٩٠} = ٤٠$ سم/ث^٢ #

حساب السرعة لحظة قطع الخيط

∵ $ع_٠ = ٠$ ، جـ $= ٤٠$ سم/ث^٢ ، ف $= ٤٥$ سم

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢$جـف ∴ $ع^٢ = ٠ + ٢ × ٤٠ × ٤٥ = ٣٦٠٠$ ∴ $ع = ٦٠$ سم/ث

بعد قطع الخيط تتحرك المجموعة فى نفس إتجاه حركتها بسرعة منتظمة تساوى السرعة لحظة قطع الخيط ويقطع الثقل ٢٣٥جم الهابط مسافة ٩٠ سم بهذه السرعة فى زمن ن ثانية

∵ ن $= \frac{ف}{ع}$ ∴ ن $= \frac{٩٠}{٦٠} = ١,٥$ ث

مثـــال:

جسمان أ ، ب كتلة كل منهما ك جم مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة ملساء ويتدليان رأسيا ، أضيفت كتلة مقدارها ٣٥ جم الى الجسم أ ، فإذا بدأت المجموعة الحركة من سكون فاثبت أن عجلة المجموعه هى $\frac{٣٥ ء}{٢ك+٣٥}$ حيث ء عجلة الجاذبية.

وإذا اصطدم الجسم أ بالأرض بعد أن قطع مسافة ٥٠ سم واستمر الجسم ب فى الحركة حتى صار على بعد ٦٠ سم من النقطة التى بدأ التحرك منها حيث سكن لحظيا.أوجد قيمة ك .

الحـــل:

معادلتى الحركة هما:

$$(ك+٣٥)\times ء - ش = (ك+٣٥)جـ \quad (١)$$

، $$ش - ك ء = ك جـ \quad (٢)$$

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

$$\therefore (ك+٣٥-ك)\times ء = (ك+٣٥+ك)جـ$$

$$\therefore جـ = \frac{٣٥ ء}{٢ك+٣٥} \text{ سم/ث}^٢ \quad \#$$

قبل اصطدام الجسم أ بالأرض:

$ع_. = ٠$ ، $جـ = \frac{٣٥ ء}{٢ك+٣٥}$ سم/ث^٢ ، ف = ٥٠ سم

$$\because ع^٢ = ع_.^٢ + ٢جـف$$

$$\therefore ع^٢ = ٠ + ٢\times\frac{٣٥ ء}{٢ك+٣٥}\times ٥٠ \Leftarrow \therefore ع = \sqrt{\frac{٣٥٠٠ ء}{٢ك+٣٥}} \text{ سم/ث}$$

بعد اصطدام الجسم أ بالأرض:

∴ الجسم ب سيقطع مسافة = ٦٠ − ٥٠ = ١٠ سم بسرعة ابتدائية مقدارها $\sqrt{\frac{٣٥٠٠ ء}{٢ك+٣٥}}$ وبعجلة تقصيرية تساوى عجلة الجاذبية الأرضية حتى يسكن لحظيا

$$\because ع^٢ = ع_.^٢ + ٢ءف \qquad \therefore ٠ = \left(\sqrt{\frac{٣٥٠٠ ء}{٢ك+٣٥}}\right)^٢ - ٢\times٩٨٠\times١٠$$

$$\therefore \frac{٣٥٠٠\times٩٨٠}{٢ك+٣٥} = ١٩٦٠٠ \qquad \therefore ٢ك+٣٥ = \frac{٣٥٠٠\times٩٨٠}{١٩٦٠٠} = ١٧٥$$

$$\therefore ٢ك = ١٧٥ - ٣٥ = ١٤٠ \Leftarrow \therefore ك = \frac{١٤٠}{٢} = ٧٠ \text{ جم}$$

مثـــال:

جسمان س ، ص كتلتاهما ١٣٢ ، ١٠٨ من الجرامات على الترتيب مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة ملساء ثم ربط الجسم ص بخيط آخر طوله ٦٠ سم ويحمل فى طرفه جسما (ع) كتلته ٩٠ جم يتدلى رأسيا، بدأت المجموعة حركتها عندما كانت الكتلة (ع) على إرتفاع ١٢,٥ سم من سطح الأرض.أثبت أن الكتلة ص تسكن لحظيا عندما تكون على إرتفاع ٣٥سم من سطح الأرض.

الحــل:

معادلتى الحركة هما:

$$(١٠٨+٩٠)\times ٩٨٠ - \text{شـ} = ١٩٨\,\text{جـ} \quad (١)$$

$$\text{، شـ} - ١٣٢\times ٩٨٠ = ١٣٢\,\text{جـ} \quad (٢)$$

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

$$\therefore (١٩٨-١٣٢)\times ٩٨٠ = (١٩٨+١٣٢)\,\text{جـ}$$

$$\therefore \text{جـ} = \frac{٦٦\times ٩٨٠}{٣٣٠} = ١٩٦ \text{ سم/ث}^٢$$

قبل اصطدام الجسم (ع) بالأرض

$$\text{ع}_. = ٠ \text{ ، جـ} = ١٩٦ \text{ سم/ث}^٢ \text{ ، ف} = ١٢,٥ \text{ سم}$$

$$\because \text{ع}^٢ = \text{ع}_.^٢ + ٢\text{جـف}$$

$$\therefore \text{ع}^٢ = ٠ + ٢\times ١٩٦ \times ١٢,٥ \Leftarrow \therefore \text{ع} = \sqrt{٤٩٠٠} = ٧٠ \text{ سم/ث}$$

بعد اصطدام الجسم ع بالأرض

∴ الجسم ص سيكون على إرتفاع ٦٠ سم ويتحرك بعجلة $\text{جـ}_٢$

معادلتى الحركة هما:

$$١٠٨\times ٩٨٠ - \text{شـ} = ١٠٨\,\text{جـ}_٢ \quad (٣)$$

$$\text{، شـ} - ١٣٢\times ٩٨٠ = ١٣٢\,\text{جـ}_٢ \quad (٤)$$

بجمع المعادلتين (٣) ، (٤) : $\therefore (١٠٨-١٣٢)\times ٩٨٠ = (١٠٨+١٣٢)\,\text{جـ}_٢$

$$\therefore \text{جـ}_٢ = \frac{-٢٤\times ٩٨٠}{٢٤٠} = -٩٨ \text{ سم/ث}^٢$$

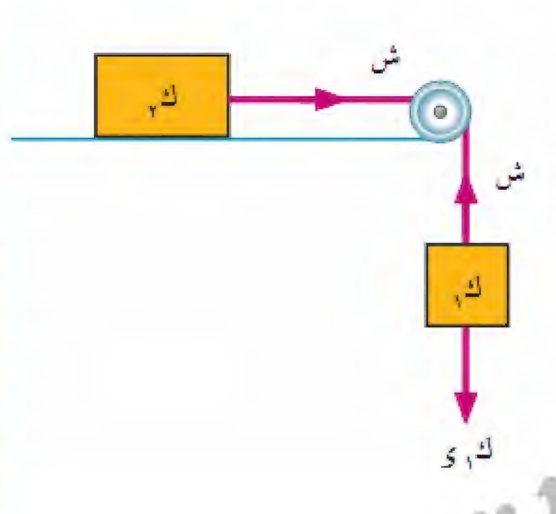
∴ الجسم ص يتحرك بسرعة ابتدائية ٧٠ سم/ث وبعجلة تقصيرية ٩٨ سم/ث² حتى يسكن لحظيا

$$\because \text{ع}^٢ = \text{ع}_.^٢ + ٢\text{جـف} \quad \therefore ٠ = (٧٠)^٢ - ٢\times ٩٨ \times \text{ف} \Leftarrow \therefore \text{ف} = \frac{٤٩٠٠}{٢\times ٩٨} = ٢٥ \text{ سم}$$

∴ الجسم ص سيكون على إرتفاع = ٦٠ − ٢٥ = ٣٥ سم من سطح الأرض عندما يسكن لحظيا

حركة مجموعة مكون من كتلتين تتحرك أحداهما على نضد أفقى والآخرى رأسياً

اولا: المستوى الأفقى املس:



أذا كان الكتلتان هما $ك_1$ ، $ك_2$ ووضعت الكتلة $ك_2$ على نضد أفقى أملس وربطت بخيط يمر على بكرة صغيرة ملساء عند حافة النضد ويتدلى منه الكتلة $ك_1$ رأسيا كما هو موضح بالشكل

فإن الكتلة $ك_1$ سوف تتحرك رأسيا لأسفل بعجلة جـ

وبالتالى تتحرك الكتلة $ك_2$ على النضد بنفس العجلة جـ

وبما أن البكرة ملساء فإن الشد فى طرفى الخيط لن يتغير

وبالتالى تكون معادلتى الحركة هما:

$$ك_1 ء - ش = ك_1 جـ \quad ، \quad ش = ك_2 جـ$$

وبحل المعادلتين نحصل على جـ ، ش

عند قطع الخيط:

إذا قطع الخيط الواصل بين الجسمين فإن كلا الجسمين يتحرك فى نفس إتجاهه السابق قبل قطع الخيط

- الكتلة $ك_1$ تتحرك رأسيا لأسفل بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وبعجلة تزايدية تساوى عجلة الجاذبية الأرضية
- الكتلة $ك_2$ تتحرك على النضد بسرعة منتظمة تساوى السرعة لحظة قطع الخيط

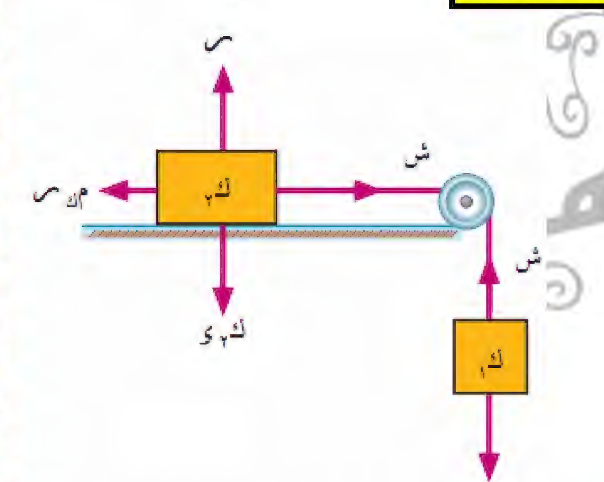
الضغط على البكرة:

يؤثر الخيط على البكرة بقوتى شد ش أحداهما افقية والأخرى رأسية

أى أنهما متعامدتان وبالتالى فإن محصلة هاتين القوتين تمثل قوة الضغط على البكرة

$$ض = \sqrt{ش^2 + ش^2} = \sqrt{2ش^2} \quad \text{أى أن:} \quad ض = ش\sqrt{2}$$

ثانيا: المستوى الأفقى خشن:



إذا كان $م_ك$ هو معامل الإحتكاك الحركى فإن:

$$ر = ك_2 ء$$

وتكون معادلات الحركة هى:

$$ك_1 ء - ش = ك_1 جـ \quad ، \quad ش - م_ك ر = ك_2 جـ$$

وبحل المعادلتين نحصل على جـ ، ش

عند قطع الخيط:

إذا قطع الخيط الواصل بين الجسمين فإن كلا الجسمين يتحرك فى نفس إتجاهه السابق قبل قطع الخيط

- الكتلة $ك_1$ تتحرك رأسيا لأسفل بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وبعجلة تزايدية تساوى عجلة الجاذبية الأرضية
- الكتلة $ك_2$ تتحرك على النضد بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وبتقصير منتظم إلى أن تسكن ويتم إستنتاج العجلة التقصيرية من معادلة الحركة $-م_ك ر = ك_2 جـ^-$

مثال:

جسم كتلته ٤٠٠ جم موضوع على نضد أفقى أملس ثم وصل بخيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء عند حافة النضد ويحمل فى طرفه جسم آخر كتلته ٩٠ جم أوجد العجلة المشتركة للجسمين والشد فى الخيط والضغط على البكرة .

الحل:

معادلتى الحركة هما:

$٩٠ \times ٩٨٠ - ش = ٩٠ جـ$ (١)

، $ش = ٤٠٠ جـ$ (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

$\therefore ٩٠ \times ٩٨٠ = (٩٠ + ٤٠٠) جـ$

$\therefore جـ = \frac{٩٠ \times ٩٨٠}{٤٩٠} = ١٨٠$ سم/ث^٢ بالتعويض فى (٢)

$\therefore ش = ٤٠٠ \times ١٨٠ = ٧٢٠٠٠$ داين

$\because ض = ش\sqrt{٢} \Leftarrow \therefore ض = ٧٢٠٠٠\sqrt{٢}$ داين

مثال:

وضع جسم كتلته ٦٣ جم على نضد أفقى خشن وربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبته عند حافة النضد وربط فى الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٣٥ جم على إرتفاع ٢٨٠ سم من سطح الأرض،فإذا كان معامل الإحتكاك الديناميكى بين الجسم والمستوى يساوى $\frac{١}{٣}$ والمجموعة تحركت من سكون،فأوجد السرعة التى تصل بها الكتلة ٣٥ إلى سطح الأرض ، والمسافة التى تتحركها الكتلة ٦٣ حتى تسكن.

الحل:

$\because ر = ٦٣ \times ٩٨٠$ داين ، $م_ك = \frac{١}{٣}$

$\therefore م_ك ر = \frac{١}{٣} \times ٦٣ \times ٩٨٠ = ٢١ \times ٩٨٠$ داين

معادلتى الحركة هما:

٣٥×٩٨٠ – ش = ٣٥ جـ (١)

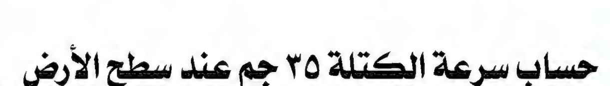
، ش – مك ر = ٦٣ جـ

ش – ٢١×٩٨٠ = ٦٣ جـ (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

∴ (٣٥ – ٢١)×٩٨٠ = (٣٥ + ٦٣) جـ

$$\therefore \text{جـ} = \frac{١٤ \times ٩٨٠}{٩٨} = ١٤٠ \text{ سم/ث}^{٢}$$



حساب سرعة الكتلة ٣٥ جم عند سطح الأرض

ع. = ٠ ، جـ = ١٤٠ سم/ث^{٢} ، ف = ٢٨٠ سم

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢جـف ∴ ع^{٢} = ٠ + ٢×١٤٠×٢٨٠ ∴ ع = ٢٨٠ سم/ث

وبعد وصول الكتلة ٣٥ جم إلى سطح الأرض ينعدم الشد فى الخيط فتتحرك الكتلة ٦٣جم على النضد بسرعة ابتدائية = ٢٨٠ سم/ث وبعجلة تقصيرية جـ َ حتى تسكن وتكون معادلة حركتها هى:

$$– ٢١ \times ٩٨٠ = ٦٣ \text{جـَ} \quad \therefore \text{جـَ} = \frac{– ٢١ \times ٩٨٠}{٦٣} = \frac{– ٩٨٠}{٣} \text{ سم/ث}^{٢}$$

$$\because \text{ع}^{٢} = \text{ع.}^{٢} + ٢\text{جـف} \quad \therefore ٠ = (٢٨٠)^{٢} – ٢ \times \frac{٩٨٠}{٣} \times \text{ف}$$

$$\therefore \frac{١٩٦٠}{٣} \times \text{ف} = (٢٨٠)^{٢} \quad \therefore \text{ف} = (٢٨٠)^{٢} \times \frac{٣}{١٩٦٠} = ١٢٠ \text{ سم}$$

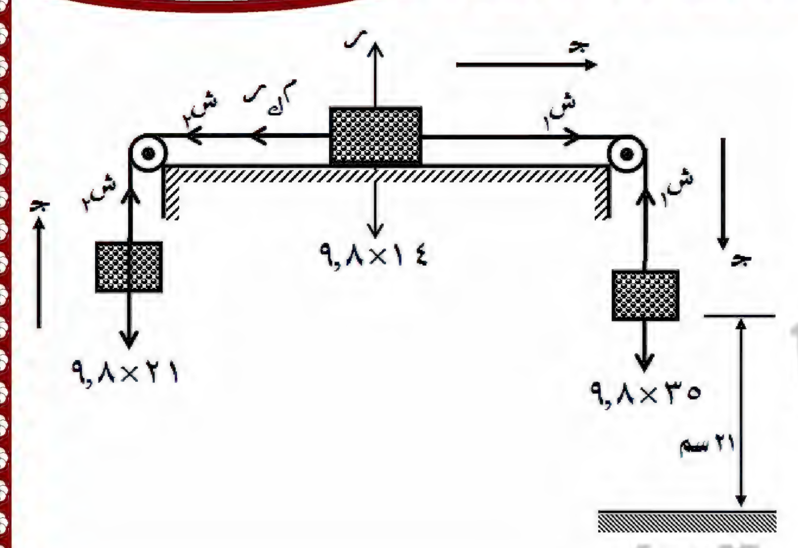
مثـــال:

جسم كتلته ١٤ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن،معامل الإحتكاك الحركى بينهما $\frac{١}{٧}$ ،ربط الجسم من جهتيه بخيطين خفيفين يمر أحدهما على بكرة ملساء عند حافة المستوى ويتدلى منه رأسيا جسم كتلته ٣٥ كجم،ويمر الخيط الثانى على بكرة ملساء أخرى عند حافة المستوى المقابلة ويتدلى منه رأسيا جسم كتلته ٢١ كجم وبحيث كانت البكرتان والجسم بينهما على استقامة واحدة فإذا تحركت المجموعة من سكون وجميع أجزاء الخيط مشدودة عندما كانت الكتلة ٣٥ كجم على إرتفاع ٢١ سم من سطح الأرض فأوجد سرعتها عندما تصطدم بالأرض.

الحـــل:

∵ ر = ١٤×٩,٨ نيوتن ، مك = $\frac{١}{٧}$

$$\therefore \text{مك ر} = \frac{١}{٧} \times ١٤ \times ٩,٨ = ٢ \times ٩,٨ \text{ نيوتن}$$



معادلات الحركة هى:

$$٣٥ \times ٩,٨ - ش_١ = ٣٥ ج \quad (١)$$

$$، ش_١ - ش_٢ - ٢ \times ٩,٨ = ١٤ ج \quad (٢)$$

$$، ش_٢ - ٢١ \times ٩,٨ = ٢١ ج \quad (٣)$$

بجمع المعادلات (١) ، (٢) ، (٣):

$$(٣٥ - ٢ - ٢١) \times ٩,٨ = ٧٠ ج$$

$$\therefore ج = \frac{٩,٨ \times ١٢}{٧٠} = ١,٦٨ \text{ م/ث}^٢$$

حساب سرعة الكتلة ٣٥ كجم عند سطح الأرض

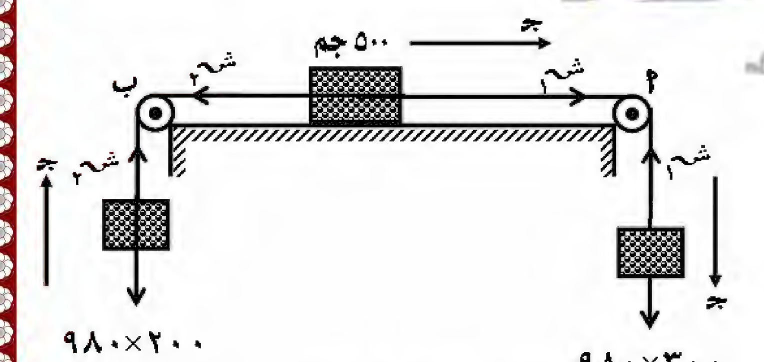
ع. = ٠ ، ج = ١,٦٨ م/ث^٢ ، ف = ٢١ سم = ٠,٢١ م

$\because ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ج ف \qquad \therefore ع^٢ = ٠ + ٢ \times ١,٦٨ \times ٠,٢١ \qquad \therefore ع = ٠,٨٤$ م/ث

مثـــال:

وضع جسم كتلته ٥٠٠ جم على نضد أفقى أملس وربط من نقطتين متقابلتين فيه بخيطين أحدهما يمر على بكرة صغيرة ملساء أ عند حافة النضد ويتدلى من طرفه الثانى جسم كتلتـه ٣٠٠ جم والأخـر يمـر علـى بكرة صغيرة ملساء ب عند الحافة المقابلة للنضد ويتدلى من طرفه الثانى جسم كتلتـه ٢٠٠ جـم وبحيـث كانت الكتلة ٥٠٠ جم والبكرتان واقعه علـى خـط مـستقيم واحـد عمـودى علـى حـافتى النـضد تركـت المجموعة لتتحرك من سكون عندما كانت الكتلة الموضوعة على النضد على بعد ٢٤٥ سم من البكـرة أ وبعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة فصل ثلث الكتلـة ٣٠٠ جـم .اثبـت أن الكتلـة ٥٠٠ جـم تـصطدم بالبكرة أ بعد مرور ثانيتين من لحظة الإنفصال.

الحـــل:



معادلات الحركة هما:

$$٣٠٠ \times ٩٨٠ - ش_١ = ٣٠٠ ج \quad (١)$$

$$، ش_١ - ش_٢ = ٥٠٠ ج \quad (٢)$$

$$، ش_٢ - ٢٠٠ \times ٩٨٠ = ٢٠٠ ج \quad (٣)$$

بجمع المعادلات (١) ، (٢) ، (٣):

$$\therefore (٣٠٠ - ٢٠٠) \times ٩٨٠ = (٣٠٠ + ٢٠٠ + ٥٠٠) ج$$

$$\therefore ج = \frac{٩٨٠ \times ١٠٠}{١٠٠٠} = ٩٨ \text{ سم/ث}^٢$$

بعد ١ ث من بدء الحركة من السكون
نوجد سرعة الكتلة ٥٠٠ جم والمسافة التى قطعتها وبعدها عن البكرة

∵ $ع = ع_٠ + ج ن$

∴ $ع = ٠ + ٩٨ × ١$ ⟸ ∴ $ع = ٩٨$ سم/ ث

، ∵ $ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} ج ن^٢$ ∴ $ف = ٠ + \frac{١}{٢} × ٩٨ × ١^٢ = ٤٩$ سم

بعد الكتلة ٥٠٠ جم عن البكرة $= ٢٤٥ - ٤٩ = ١٩٦$ سم

وبعد فصل ثلث الكتلة ٣٠٠ جم اى بعد فصل ١٠٠ جم تصبح الكتلة الباقية ٢٠٠ جم
وبالتالى تتحرك المجموعة بسرعة منتظمة وهى السرعة بعد ١ ث اى ٩٨ سم/ث
∴ الكتلة ٥٠٠ جم تقطع مسافة ١٩٦ سم بسرعة منتظمة ٩٨ سم/ث

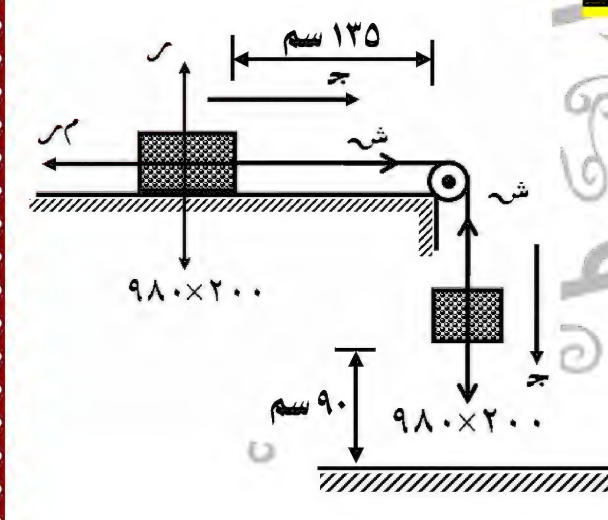
∵ $ن = \frac{ف}{ع}$ ∴ $ن = \frac{١٩٦}{٩٨} = ٢$ ث

∴ الكتلة ٥٠٠ جم تصطدم بالبكرة أ بعد مرور ثانيتين من لحظة الإنفصال

مثـــال:

وضع جسم كتلته ٢٠٠ جم على نضد أفقى خشن ثم ربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبته عند حافة النضد ويتدلى من الطرف الخالص للخيط جسم كتلته ٢٠٠ جم ، بدأت المجموعة تتحرك من السكون عندما كان الخيط مشدودا وكانت الكتلة ٢٠٠ جم على إرتفاع ٩٠ سم من الأرض والجسم الموضوع على النضد على بعد ١٣٥ سم من البكرة ،فإذا كان معامل الإحتكاك الحركى يساوى $\frac{١}{٢}$ فبرهن على أن المجموعة تتحرك بعجلة قدرها ٢٤٥ سم/ث^٢ ، وأوجد سرعة المجموعة عندما تصطدم الكتلة ٢٠٠ جم بالأرض ، هل الجسم الموضوع على النضد يصل إلى البكرة؟

الحـــل:



$ر = ٢٠٠ × ٩٨٠$ داين

∴ $م_ك ر = \frac{١}{٢} × ٢٠٠ × ٩٨٠$ داين

معادلتى الحركة هما:

$٢٠٠ × ٩٨٠ - ش = ٢٠٠ ج$ (١)

، $ش - \frac{١}{٢} × ٢٠٠ × ٩٨٠ = ٢٠٠ ج$ (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

∴ $(٢٠٠ - ١٠٠) × ٩٨٠ = (٢٠٠ + ٢٠٠) ج$

∴ $ج = \frac{١٠٠ × ٩٨٠}{٤٠٠} = ٢٤٥$ سم/ث^٢

نحسب سرعة المجموعة قبل إصطدام الكتلة ٢٠٠ جم بالأرض

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢جف$

∴ $ع^٢ = ٠ + ٢ × ٢٤٥ × ٩٠$ ⟸ ∴ ع = ٢١٠ سم/ث #

وبعد إصطدام الكتلة ٢٠٠ جم بالأرض ينعدم الشد فى الخيط

وبالتالى يتحرك الجسم على النضد بسرعة ابتدائية ٢١٠ سم/ث وبعجلة تقصيرية $جـ_٢$

وتكون معادلة حركته هى : $- م_ك ر = ٢٠٠ جـ_٢$

∴ $-\frac{١}{٢} × ٢٠٠ × ٩٨٠ = ٢٠٠ جـ_٢$ ⟸ ∴ $جـ_٢ = \frac{-١٠٠ × ٩٨٠}{٢٠٠} = -٤٩٠$ سم/ث^٢

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢جف$ ⟸ ∴ $٠ = (٢١٠)^٢ + ٢ × (-٤٩٠) × ف_٢$

∴ $ف_٢ = \frac{٢١٠ × ٢١٠}{٢ × ٤٩٠} = ٤٥$ سم #

∴ بعد إصطدام الكتلة ٢٠٠ جم بالأرض يقطع الجسم على النضد مسافة = ٤٥ سم حتى يقف

∴المسافة التى قطعها الجسم على النضد من بداية الحركة = ٩٠ + ٤٥ = ١٣٥ سم

∵ بعد الجسم الموضوع على النضد عن البكرة = ١٣٥ سم

∴الجسم الموضوع على النضد يصل إلى البكرة

حركة مجموعة مكون من كتلتين أحداهما على مستوى مائل والآخرى تتدلى رأسياً

أذا كان الكتلتان هما $ك_1$ ، $ك_2$ ووضعت الكتلة $ك_2$ على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية هـ وربطت بخيط يمر على بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى ويتدلى منه الكتلة $ك_1$ رأسيا كما هو موضح بالشكل وبما أن البكرة ملساء فإن الشد فى طرفى الخيط لن يتغير وبتحليل الوزن $ك_2 د$ الى مركبتين فى إتجاه المستوى والإتجاه العمودى عليه وإذا كان $ك_1 > ك_2$ جاهـ

شكل (٩٢)

فإن الكتلة $ك_1$ تتحرك رأسيا لأسفل ، وتتحرك $ك_2$ لأعلى المستوى

وبالتالى تكون معادلتى الحركة هما:

$$ك_1 د - ش = ك_1 جـ$$

$$ش - ك_2 د جاهـ = ك_2 جـ$$

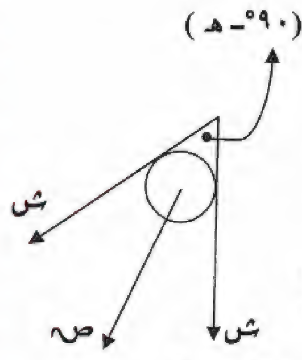
وبحل المعادلتين نحصل على جـ ، ش

عند قطع الخيط:

إذا قطع الخيط الواصل بين الجسمين فإن كلا الجسمين يتحرك فى نفس إتجاهه السابق قبل قطع الخيط

- الكتلة $ك_1$ تتحرك رأسيا لأسفل بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وبعجلة تزايدية تساوى عجلة الجاذبية الأرضية
- الكتلة $ك_2$ تتحرك على النضد بسرعة ابتدائية تساوى السرعة لحظة قطع الخيط وبتقصير منتظم يساوى − د جاهـ إلى أن تسكن لحظيا ثم تغير إتجاه حركتها

الضغط على البكرة:



يؤثر الخيط على البكرة بقوتى شد متساويتين

ويحصران زاوية ى = (٩٠° − هـ) وبالتالى فإن

محصلة هاتين القوتين تمثل قوة الضغط على البكرة

$$ض = ٢ش جتا \frac{ى}{٢} = ٢ش جتا \frac{(٩٠° - هـ)}{٢} = ش \sqrt{٢(١ + جاهـ)}$$

إذا كان المستوى خشن:

يتم إضافة قوة الإحتكاك الحركى $م_ك ر$ عكس إتجاه الحركة ثم نكون معادلات الحركة وبحلها نحصل على العجلة والشد فى الخيط وكذلك الضغط على البكرة.

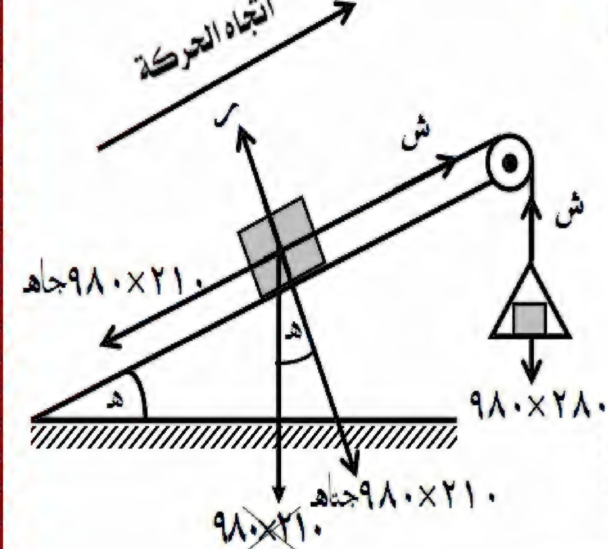
المسافة الرأسية بين الكتلتين:

إذا بدأت المجموعة حركتها والكتلتان $ك_١$، $ك_٢$ فى مستوى أفقى واحد ، وقطعت المجموعة مسافة ف فإن المسافة الرأسية بين الكتلتين = ف(١ + جاهـ) حيث هـ زاوية ميل المستوى على الأفقى.

مثال:

مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٢}{٣}$ ،وضع عليه جسم كتلته ٢١٠ جم،وربط بخيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى،ويحمل فى طرفه الآخر كفة ميزان كتلتها ٧٠ جم،وعليها جسم كتلته ٢١٠ جم،إذا بدأت المجموعة حركتها من السكون ،فأوجد الشد فى الخيط والضغط على البكرة مقدرين بوحدة ثقل جرام،وإذا أبعد الجسم من الكفة بعد ٧ ثوان من بدء الحركة،فأثبت أن المجموعة تسكن لحظيا بعد مضى ٨ ثوان أخرى.

الحل:



∵ جاهـ = $\frac{٢}{٣}$ ∴ ٢١٠جاهـ = ٢١٠ × $\frac{٢}{٣}$ = ١٤٠

∴ ٢٨٠ > ٢١٠جاهـ ∴ إتجاه الحركة لأعلى المستوى

معادلتى الحركة هما:

٢٨٠ × ٩٨٠ − ش = ٢٨٠ جـ (١)

، ش − $\frac{٢}{٣}$ × ٢١٠ × ٩٨٠ = ٢١٠ جـ (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

∴ (٢٨٠ − ١٤٠) × ٩٨٠ = (٢٨٠ + ٢١٠) جـ

∴ جـ = $\frac{١٤٠ × ٩٨٠}{٤٩٠}$ = ٢٨٠ سم/ث^٢

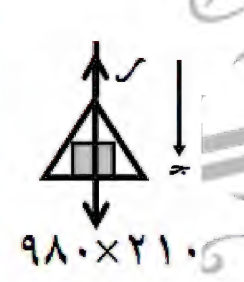
بالتعويض فى (٢) ∴ ش − ١٤٠ × ٩٨٠ = ٢١٠ × ٢٨٠

∴ ش = ٢١٠ × ٢٨٠ + ١٤٠ × ٩٨٠ = ١٩٦٠٠٠ داين

∴ ش = $\frac{١٩٦٠٠٠}{٩٨٠}$ = ٢٠٠ ث جم

لإيجاد الضغط على الكفة نهمل وزن الكفة (كما فى حركة المصاعد)

معادلة حركة الكفة هى:



٢١٠ × ٩٨٠ − ر = ٢١٠ جـ بالتعويض عن جـ

∴ ر = ٢١٠ × (٩٨٠ − ٢٨٠) = ١٤٧٠٠٠ داين

∴ الضغط على الكفة = $\frac{١٤٧٠٠٠}{٩٨٠}$ = ١٥٠ ث جم

حساب سرعة المجموعة قبل إبعاد الجسم

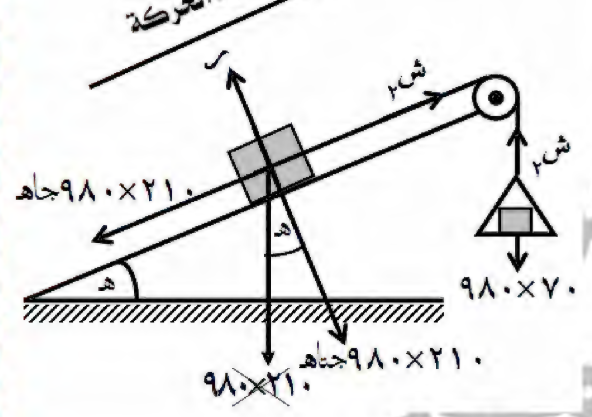
$\because$ ع. = ٠ ، جـ = ٢٨٠ سم/ث^2 ، ن = ٧ ث

$\because$ ع = ع. + جـن $\therefore$ ع = ٠ + ٢٨٠ × ٧ = ١٩٦٠ سم/ث

بعد أبعاد الجسم من الكفة تتحرك المجموعة فى نفس إتجاه حركتها السابق بسرعة ابتدائية ١٩٦٠ سم/ث بعجلة تقصيرية جـ$_2$ إلى أن تسكن لحظيا وتكون معادلات الحركة هى:

٧٠ × ٩٨٠ − ش$_2$ = ٧٠ جـ$_2$ (٣)

، ش$_2$ − $\frac{٢}{٣}$ × ٢١٠ × ٩٨٠ = ٢١٠ جـ$_2$ (٤)



بجمع المعادلتين (٣) ، (٤) :

$\therefore$ (٧٠ − ١٤٠) × ٩٨٠ = (٧٠ + ٢١٠) جـ$_2$

$\therefore$ جـ$_2$ = $\frac{-٧٠ × ٩٨٠}{٢٨٠}$ = −٢٤٥ سم/ث^2

$\because$ ع = ع. + جـن $\therefore$ ٠ = ١٩٦٠ − ٢٤٥ن

$\therefore$ ن = $\frac{١٩٦٠}{٢٤٥}$ = ٨ ث $\therefore$ المجموعة تسكن لحظيا بعد مضى ٨ ثوان أخرى

مثال:

جسم كتلته كيلوجرام واحد موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ ،حيث جاهـ = $\frac{٤}{٥}$ ومربوط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء فى قمة المستوى،حيث يتدلى من الطرف الآخر للخيط كفة ميزان كتلتها ٤٠٠ جرام موضوع بها كتلة مقدارها ١٠٠ جم،فإذا كان معامل الإحتكاك بين الجسم والمستوى يساوى $\frac{١}{٣}$ ،وتركت المجموعة للحركة من سكون والخيط منطبق على خط اكبر ميل للمستوى.فأوجد ضغط الكتلة على الكفة،وإذا وضعت بالكفة كتلة أخرى مقدارها ١٠٠ جم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة،فأوجد الضغط على الكفة عندئذ والمسافة التى تتحركها المجموعة فى الثوانى الثلاث التالية.

الحل:

$\because$ جاهـ = $\frac{٤}{٥}$ $\therefore$ جتاهـ = $\frac{٣}{٥}$

٤ ٥ هـ ٣

$\therefore$ ١٠٠٠ × ٩٨٠ جاهـ = ١٠٠٠ × $\frac{٤}{٥}$ × ٩٨٠ = ٨٠٠ × ٩٨٠

، $\because$ ر = ١٠٠٠ × ٩٨٠ جتاهـ

$\therefore$ م$_ك$ ر = $\frac{١}{٣}$ × ١٠٠٠ × $\frac{٣}{٥}$ × ٩٨٠ = ٢٠٠ × ٩٨٠

$\therefore$ ١٠٠٠ × ٩٨٠ جاهـ > (٥٠٠ × ٩٨٠ + م$_ك$ ر)

∴ إتجاه الحركة لأسفل المستوى

معادلات الحركة هى:

$١٠٠٠×٩٨٠$ جاهـ – ش – مك ر = ١٠٠٠ج

∴ $٨٠٠×٩٨٠$ – ش – $٢٠٠×٩٨٠ = ١٠٠٠$ج (١)

، ش – $٥٠٠×٩٨٠ = ٥٠٠$ج (٢)

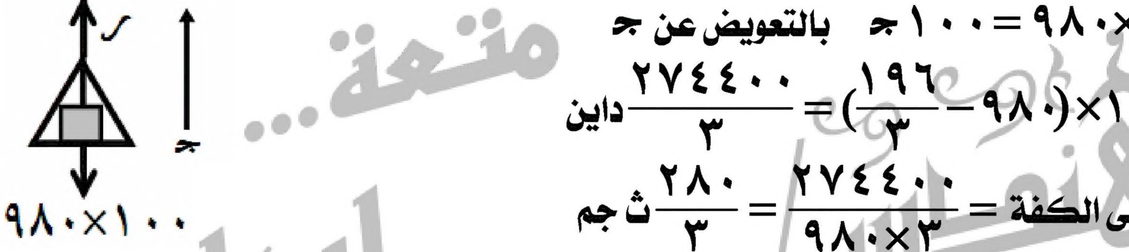
بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

∴ $(٨٠٠ - ٢٠٠ - ٥٠٠)×٩٨٠ = ١٥٠٠$ج

∴ ج $= \frac{١٠٠×٩٨٠}{١٥٠٠} = \frac{١٩٦}{٣}$ سم/ث²

لإيجاد الضغط على الكفة نهمل وزن الكفة

معادلة حركة الكفة هى:

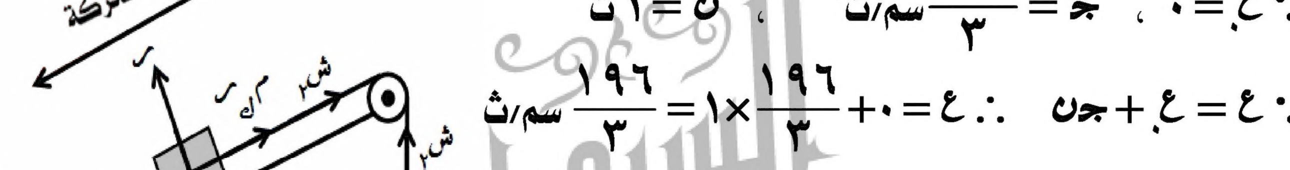


ر – $١٠٠×٩٨٠ = ١٠٠$ ج   بالتعويض عن ج

∴ ر $= ١٠٠×(٩٨٠ - \frac{١٩٦}{٣}) = \frac{٢٧٤٤٠٠}{٣}$ داين

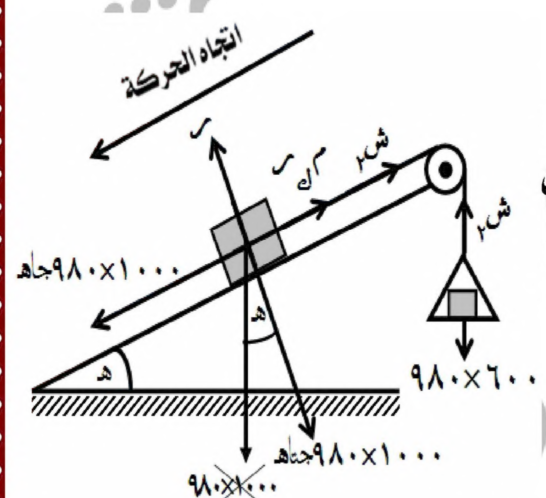
∴ الضغط على الكفة $= \frac{٢٧٤٤٠٠}{٣×٩٨٠} = \frac{٢٨٠}{٣}$ ث جم

حساب سرعة المجموعة لحظة إضافة الكتلة ١٠٠ جم بالكفة



∵ ع. = ٠ ، ج $= \frac{١٩٦}{٣}$ سم/ث² ، ن = ١ ث

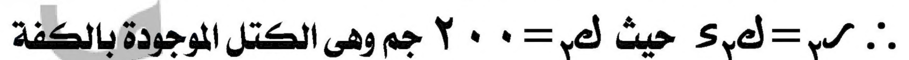
∵ ع = ع. + جن   ∴ ع $= ٠ + \frac{١٩٦}{٣}×١ = \frac{١٩٦}{٣}$ سم/ث



بعد وضع الكتلة ١٠٠ جم بالكفة نجد أن:

$١٠٠٠×٩٨٠$ جاهـ = ($٦٠٠×٩٨٠$ + مك ر)

∴ المجموعة تتحرك فى نفس إتجاه حركتها السابق بسرعة منتظمة تساوى السرعة لحظة وضع الكتلة ١٠٠ جم بالكفة



∴ ر٢ = ك٢ ء حيث ك٢ = ٢٠٠ جم وهى الكتل الموجودة بالكفة

∴ الضغط على الكفة ر٢ $= \frac{٢٠٠×٩٨٠}{٩٨٠} = ٢٠٠$ ث جم

∵ ف = ع ن   ∴ ف $= \frac{١٩٦}{٣}×٣ = ١٩٦$ سم

مثـــال:

ربط جسمان كتلتاهما ٤ ، ٣ كجم فى نهايتى خيط ، وضع الجسم الأول على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ومر الخيط على بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى وتدلى الجسم الثانى رأسيا أسفلها، أوجد عجلة المجموعة والضغط على البكرة وإذا تحركت المجموعة من سكون وقطع الخيط بعد مرور ٣ ثوان من بداية الحركة ، فما هى المسافة التى تقطعها الكتلة على المستوى منذ لحظة انقطاع الخيط وحتى تسكن لحظيا.

الحـــل:

اتجاه الحركة
ش
ر
ش
٤ × ٩,٨ جاهـ
هـ
هـ
٣ × ٩,٨
٤ × ٩,٨ جتاهـ
٤ × ٩,٨

∵ ٤ × ٩,٨ جاهـ = ٤ × ٩,٨ جا ٣٠ = ٢ × ٩,٨

∴ ٣ × ٩,٨ > ٤ × ٩,٨ جا ٣٠

∴ إتجاه الحركة لأعلى المستوى

معادلات الحركة هى:

٣ × ٩,٨ − ش = ٣جـ (١)

، ش − ٤ × ٩,٨ جا ٣٠° = ٤جـ (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

∴ ٩,٨ × (٣ − ٢) = (٣ + ٤) جـ

∴ جـ = $\frac{٩,٨}{٧}$ = ١,٤ م/ث^٢ بالتعويض فى (٢)

∴ ش − ٢ × ٩,٨ = ٤ × ١,٤ ∴ ش = ٥,٦ + ١٩,٦ = ٢٥,٢ نيوتن #

∵ ض = ٢ش جتا $\frac{ى}{٢}$ ، ى = ٦٠°

∴ ض = ٢ × ٢٥,٢ × جتا($\frac{٦٠°}{٢}$) = ٢٥,٢ $\sqrt{٣}$ نيوتن #

حساب السرعة لحظة قطع الخيط بعد ٣ ث من بدء الحركة

∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ع = ٠ + ١,٤ × ٣ = ٤,٢ م/ث

وبعد قطع الخيط تتحرك الكتلة على المستوى تحت تأثير وزنها فقط بعجلة تقصيرية جـ$_٢$ = − ء جاهـ

∴ جـ$_٢$ = −٩,٨ جا ٣٠° = −٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ = −٤,٩ م/ث^٢

∵ ع^٢ = ع.^{٢} + ٢جـ ف ∴ ٠ = (٤,٢)^٢ − ٢ × ٤,٩ × ف ∴ ف = $\frac{(٤,٢)^٢}{٢ × ٤,٩}$ = ١,٨ م

∴ الكتلة على المستوى تقطع مسافة ١٨٠ سم منذ لحظة انقطاع الخيط وحتى تسكن لحظيا

مثـــال:

مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° يتصل عند قمته بمستوى أفقى خشن وضع جسم كتلته ٦٠ جم على المستوى الأفقى وربط بأحد طرفيه خيط رفيع مار على بكرة ملساء عند حافة إتصال المستويين ، وربط فى الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ١٠٠ جم موضوع على المستوى المائل . فإذا كان كل من فرعى الخيط عموديا على خط تقاطع المستويين . فأوجد العجلة التى تتحرك بها المجموعة والشد فى الخيط علما بأن معامل الإحتكاك الديناميكى بين الجسم الأول والمستوى الأفقى $\frac{١}{٤}$ ، بين الجسم الثانى والمستوى المائل $\frac{١}{٢\sqrt{٣}}$. وإذا قطع الخيط بعد ٤ ثوان من بدء الحركة فأوجد المسافة الكلية التى تحركتها الكتلة ٦٠ جم حتى تسكن.

الحـــل:

∵ $ر_١ = ٦٠ \times ٩٨٠$ داين

∴ $م_{ك١} ر_١ = \frac{١}{٤} \times ٦٠ \times ٩٨٠$

$= ١٥ \times ٩٨٠$ داين

، $ر_٢ = ١٠٠ \times ٩٨٠$ جتا ٣٠°

$= ٥٠\sqrt{٣} \times ٩٨٠$ داين

∴ $م_{ك٢} ر_٢ = \frac{١}{٢\sqrt{٣}} \times ٥٠\sqrt{٣} \times ٩٨٠$

$= ٢٥ \times ٩٨٠$ داين

معادلتى الحركة هما:

١٠٠×٩٨٠ جا ٣٠° $- م_{ك٢} ر_٢ -$ ش $= ١٠٠$ ج

∴ $٥٠ \times ٩٨٠ - ٢٥ \times ٩٨٠ -$ ش $= ١٠٠$ ج (١)

، ش $- م_{ك١} ر_١ = ٦٠$ ج ⇐ ∴ ش $- ١٥ \times ٩٨٠ = ٦٠$ ج (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) :

∴ $(٥٠ - ٢٥ - ١٥) \times ٩٨٠ = (١٠٠ + ٦٠)$ ج

∴ ج $= \frac{٩٨٠ \times ١٠}{١٦٠} = ٦١,٢٥$ سم/ث² وبالتعويض فى (٢)

∴ ش $- ١٥ \times ٩٨٠ = ٦٠ \times ٦١,٢٥$

∴ ش $= ٦٠ \times ٦١,٢٥ + ١٥ \times ٩٨٠ = ١٨٣٧٥$ داين $= \frac{١٨٣٧٥}{٩٨٠} = ١٨,٧٥$ ث جم

نحسب سرعة المجموعة والمسافة التى قطعتها قبل قطع الخيط بعد ٤ ثوان من بدء الحركة

∵ ع = ع. + جـ ن ⇐ ∴ ع = ٠ + ٦١,٢٥ × ٤ = ٢٤٥ سم/ث #

∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢} ⇐ ∴ ف$_{١}$ = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٦١,٢٥ × ١٦ = ٤٩٠ سم #

بعد قطع الخيط ينعدم الشد وبالتالى يتحرك الجسم على النضد بسرعة ابتدائية ٢٤٥ سم/ث وبعجلة تقصيرية جـ$_{٢}$

وتكون معادلة حركته هى : − م$_{ك}$ ر$_{١}$ = ٦٠ جـ$_{٢}$

∴ −١٥ × ٩٨٠ = ٦٠ جـ$_{٢}$ ⇐ ∴ جـ$_{٢}$ = $\frac{-١٥ \times ٩٨٠}{٦٠}$ = −٢٤٥ سم/ث^{٢}

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢جـ ف ⇐ ∴ ٠ = (٢٤٥)^{٢} + ٢ × (−٢٤٥) × ف$_{٢}$

∴ ف$_{٢}$ = $\frac{٢٤٥ \times ٢٤٥}{٢ \times ٢٤٥}$ = ١٢٢,٥ سم #

∴ **بعد قطع الخيط يقطع الجسم على النضد مسافة = ١٢٢,٥ سم حتى يسكن**

∴ **المسافة الكلية التى قطعها الجسم على النضد = ٤٩٠ + ١٢٢,٥ = ٦١٢,٥ سم**